

Testes de aleatorização

Fundamentos e aplicações

Prof. Walmes Zeviani
walmes@ufpr.br

Laboratório de Estatística e Geoinformação
Departamento de Estatística
Universidade Federal do Paraná

Atualizado em 2018-09-12

Justificativas

- ▶ Métodos computacionalmente intensivos para inferência estatística são usados quando as abordagens tradicionais não são adequadas.
 - ▶ Resultados assintóticos em pequenas amostras.
 - ▶ Violação de pressupostos.
 - ▶ Não existência de mecanismos de inferência específicos.
- ▶ Tais métodos se baseiam em reamostragem e/ou simulação.
- ▶ Podem ser aplicados em muitos contextos.

Objetivos

- ▶ TODO

O funcionamento dos testes de hipótese

Para recapitular, a lógica dos testes de hipótese frequentistas é:

1. Definir a **hipótese nula** (H_0) e hipótese alternativa (H_a).
2. Definir uma **estatística de teste** apropriada para avaliar a hipótese em questão.
3. Estabelecer a **região crítica** para tomar decisão sobre a hipóteses estabelecidas.
4. Calcular a estatística de teste a partir dos dados observados.
5. Verificar se o valor observado da estatística de teste está região de aceitação da hipótese nula e tomar a decisão correspondente.

A região crítica é baseada na **distribuição amostral** da estatística de teste sob a hipótese nula. Pode envolver o estabelecimento de suposições.

Testes de Aleatorização

- ▶ Abordagem baseada em permutação das observações (*permutation tests*).
- ▶ São considerados testes livre de distribuição.
- ▶ Faz suposições sobre o processo gerador dos dados.
- ▶ Duas formas de cálculo da estatística de teste:
 - ▶ Exaustiva: no conjunto de todos os arranjos possíveis → distribuição amostral exata.
 - ▶ Por reamostragem: amostra do conjunto completo de arranjos com reamostragem sem reposição.
- ▶ **IMPORTANTE:** Sob a hipótese nula os dados são **permutáveis**.
- ▶ Esse é o principal conceito e requisito dos testes de aleatorização.

Uma senhora toma chá

- ▶ Aconteceu com R. A. Fisher e Muriel Bristol.
- ▶ Fisher descreve em seu livro em 1935.
- ▶ A senhora **declarou** saber discriminar bebida conforme a ordem em que chá e leite eram adicionados à xícara.
- ▶ H_0 : a senhora **não sabe distinguir** entre as misturas da bebida, i.g. a classificação feita por ela é aleatória.
- ▶ Experimento: 8 xícaras, 4 de cada tipo servidas aleatoriamente.
- ▶ Resposta: a classificação de 4 xícaras de um tipo.

Perguntas

- ▶ Quantos arranjos entre as xícaras são possíveis?
- ▶ Qual a chance da senhora acertar todas por mero acaso (sob H_0)?
- ▶ Qual a chance de acertar 3 em 4?
- ▶ Qual a região crítica?



Perguntas

- ▶ Quantos arranjos entre as xícaras são possíveis?
- ▶ Qual a chance da senhora acertar todas por mero acaso (sob H_0)?
- ▶ Qual a chance de acertar 3 em 4?
- ▶ Qual a região crítica?

Respostas

- ▶ $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!(8-4)!} = 70$.
- ▶ É $1/70$ pois só existe uma forma correta no universo das 70 possibilidades.
- ▶ “Arranjos de 3 corretos em 4 selecionados” \times “arranjos de 1 errado em 4 selecionados”: $\binom{4}{3} \cdot \binom{4}{1} = 16$, então $16/70 \approx 0.23$.
- ▶ Ao nível de 5%, a hipótese nula será rejeitada apenas se a senhora acertar as 4 xícaras pois $1/70 \approx 0.014 < 0.05$.

Aplicações

Veja tutorial em <http://leg.ufpr.br/~walmes/ensino/EC2/tutoriais/09-aleatorizacao.html>.

Limitações dos testes de aleatorização

- ▶ Só podem ser usados para hipóteses que envolvam comparações (trocar observações entre grupos) ou desalinhar registros (como em correlação e I de Moran).
- ▶ Portanto, não podem ser usados para testar hipóteses sobre parâmetros individuais.
- ▶ O teste de aleatorização exato de Fisher para a média é uma alternativa para testar hipótese sobre a média considerando população simétrica, porém, estritamente não é um teste de aleatorização.

Resumo

De acordo com Manly 2006,

- ▶ Compara o valor da estatística com aquele obtido da distribuição gerada pela permutação dos valores observados.
- ▶ São úteis pois permitem o usuário definir a estatística de teste mais apropriada.
- ▶ Não necessariamente os resultados podem ser extrapolados para a população.
- ▶ Testes de aleatorização são exatos: fornece um nível de significância que é igual ou inferior ao nível nominal.
- ▶ Duas estatísticas são equivalente se elas dão o mesmo nível de significância em testes de aleatorização.
- ▶ Testes de aleatorização e tradicionais darão similar nível de significância se as suposições do último forem atendidas.



Próxima aula

- ▶ Métodos de Bootstrap.

Avisos

- ▶ Sabatina estará disponível a partir de Qui.

Referências bibliográficas

Manly, B.F.J. (2006). *Randomization, Bootstrap and Monte Carlo Methods in Biology, Third Edition*. 2ª ed. Chapman and Hall texts in statistical science series. Taylor & Francis.