

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

## CE003 - ESTATÍSTICA II

### Segunda lista de Exercícios

Administração - 30/09/2011 - Professora Fernanda

1. Considere uma urna contendo três bolas vermelhas e cinco pretas. Retire três bolas, sem reposição, e defina a v.a.  $X$  igual ao número de bolas pretas.

- a) Obtenha a distribuição de  $X$ .
- b) Obtenha a média e a variância da v.a.  $X$ .
- c) Obtenha a média e a variância da v.a.  $Y = 3X + 4$ .

resp: a) 

$X$	0	1	2	3
$p(x)$	1/56	15/56	30/56	10/56

 b) 1.875 0.5022321 c) 9.625 4.520089

2. Uma moeda perfeita é lançada quatro vezes. Seja  $Y$  o número de caras obtidas.

- a) Obtenha a distribuição de  $Y$ .
- b) Obtenha a média e a variância da v.a.  $Y$ .
- c) Determine  $P(X < 3)$ .

resp: a) 

$X$	0	1	2	3	4
$p(x)$	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

 b) 2 1 c) 0.6875

3. O tempo  $T$ , em minutos, necessário para um operário processar certa peça é uma v.a. com a seguinte distribuição de probabilidade

$t$	2	3	4	5	6	7
$p(t)$	0.1	0.1	0.3	0.2	0.2	0.1

- a) Calcule o tempo médio de processamento.
- b) Calcule  $P(3 \leq T < 7)$ .
- c) Para cada peça processada, o operário ganha um fixo de R\$2,00, mas, se ele processa a peça em menos de seis minutos, ganha R\$0,50 em cada minuto poupado. Por exemplo, se ele processa a peça em quatro minutos, recebe a quantia adicional de R\$1,00. Encontre a distribuição, a média e a variância da v.a.  $G$ : quantia em \$ ganha por peça.

- d) Calcule  $P(2 \leq G \leq 4 | G > 3)$
- e) Obtenha a f.d.a.  $F(t)$  e faça seu gráfico.

resp: a) 4.6 b) 0.8 c) 

$G$	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
$p(g)$	0.3	0.2	0.3	0.1	0.1

 2.75 0.4125 d) 1

4. Uma v.a.  $X$  tem a seguinte função de distribuição:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 10 \\ 0,2 & \text{se } 10 \leq x \leq 12 \\ 0,5 & \text{se } 12 \leq x \leq 13 \\ 0,9 & \text{se } 13 \leq x \leq 25 \\ 1 & \text{se } x \geq 25. \end{cases}$$

Determine:

- a) A função de probabilidade de  $X$ .
- b)  $P(X \leq 12)$ ,  $P(X < 12)$ ,  $P(12 \leq X \leq 20)$ ,  $P(X > 18)$

resp: a) 

$X$	10	12	13	25
$p(x)$	0,2	0,3	0,4	0,1

 b) 0,5 0,2 0,7 0,1

5. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa, comporta-se conforme a função de probabilidade abaixo:

Resistência	2	3	4	5	6
$p_i$	0.1	0.1	0.4	$p$	0.2

- Determine  $p$ .
- Seja a variável  $X$ : resistência das vigas, determine  $E(X)$  e  $Var(X)$ .
- Admita que essas vigas são aprovadas para uso em construções se suportam pelo menos 3 toneladas. De um grande lote fabricado pela empresa escolhemos 15 vigas ao acaso. Qual a probabilidade de todas serem aptas para construções? Qual a probabilidade de no mínimo 13 serem aptas?

resp: a) 0,2 b) 4,3 1,41 c) 0,206 0,816

6. Das variáveis abaixo descritas, assinale quais são binomiais, e para essas dê os respectivos campos de definição e função de probabilidade. Quando julgar que a variável não é binomial, aponte as razões de sua conclusão.

- De uma urna com 10 bolas brancas e 20 pretas, vamos extrair, com reposição, cinco bolas.  $X$  é o número de bolas brancas nas cinco extrações.
- Refaça o problema anterior, mas dessa vez as  $n$  extrações são sem reposição.
- Temos 5 urnas com bolas pretas e brancas e vamos extrair uma bola de cada urna. Suponha que  $X$  seja o número de bolas brancas obtidas no final.
- Vamos realizar uma pesquisa em 10 cidades brasileiras, escolhendo ao acaso um habitante de cada uma delas e classificando-o em pró ou contra um certo projeto federal. Suponha que  $X$  seja o número de indivíduos contra o projeto no final da pesquisa.
- Em uma indústria existem 100 máquinas que fabricam determinada peça. Cada peça é classificada como boa ou defeituosa. Escolhemos ao acaso um instante de tempo e verificamos uma peça de cada uma das máquinas. Suponha que  $X$  seja o número de peças defeituosas.

7. Se  $X \sim binomial(n, p)$ , sabendo-se que  $E(X) = 12$  e  $\sigma^2 = 3$ , determinar:

- $n$  e  $p$
- $P(X < 15)$
- $P(X \geq 14)$
- $E(Z)$  e  $Var(Z)$ , onde  $Z = (X - 12)/\sqrt{3}$

resp: a)  $n = 16$  e  $p = 3/4$  b) 0.936523 c) 0.06347644 d) -5.071797 1

8. Em um experimento Binomial com 3 repetições a probabilidade de se obter 2 sucessos é igual a doze vezes a probabilidade de se obter 3 sucessos. Determine a probabilidade de sucesso e a probabilidade de fracasso.

resp: 0,2 0,8

9. Numa central telefônica, o número de chamadas chega segundo uma distribuição de Poisson, com média de oito chamadas por minuto. Determinar qual a probabilidade de que se tenha:

- duas ou mais chamadas em um minuto
- menos que três chamadas em um minuto
- entre sete (inclusive) e nove (exclusive) chamadas em um minuto
- mais que duas chamadas em 30 segundos

resp: a) 0.9969808 b) 0.01375396 c) 0.2791731 d) 0.90842180

10. Num certo tipo de fabricação de fita magnética, ocorrem cortes a uma taxa de um por 2000 pés. Qual a probabilidade de que um rolo com 2000 pés de fita magnética tenha:

- nenhum corte
- no máximo dois cortes

c) pelo menos dois cortes

resp: a) 0.3678794 b) 0.9196986 c) 0.2642411

11. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0.2. Se dez itens produzidos por essa máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais do que um defeituoso seja encontrado? Use a binomial e a distribuição de Poisson e compare os resultados.

resp: Binomial 0.3758 Poisson 0.4060

12. As notas de Estatística Econômica dos alunos de determinada universidade distribuem-se de acordo com uma distribuição normal, com média 6.4 e desvio padrão 0.8. O professor atribui graus A, B e C da seguinte forma:

Nota	Grau
$x < 5$	C
$5 \leq x < 7.5$	B
$7.5 \leq x \leq 10$	A

Numa classe de 80 alunos, qual o número esperado de alunos com grau A? E com grau B? E com grau C?

resp: 3.2, 69.97 e 6.83

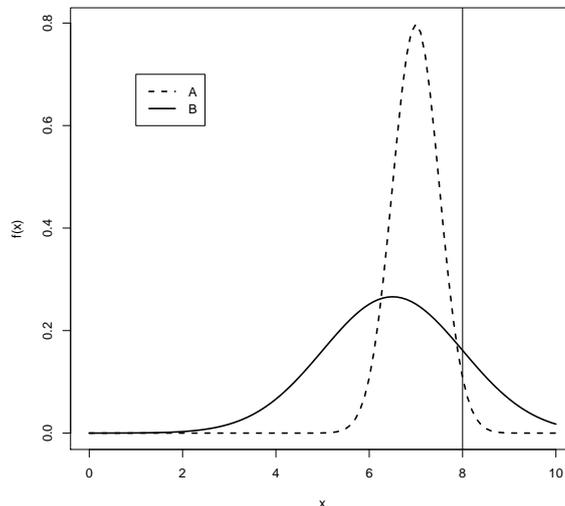
13. O peso bruto de latas de conserva é uma v.a. normal, com média 1000g e desvio padrão 20g.

a) Qual a probabilidade de uma lata pesar menos de 980g?

b) Qual a probabilidade de uma lata pesar mais de 1010g?

resp: a) 0.15866 b) 0.30854

14. A nota dos alunos de duas turmas que cursam a disciplina de Estatística, A e B, têm distribuição normal com médias  $\mu_1 = 7$  e  $\mu_2 = 6.5$  e desvios padrões de  $\sigma_1 = 0.5$  e  $\sigma_2 = 1.5$ . Em qual das duas turmas é mais provável amostrar um aluno com nota superior à 8? Quais são essas probabilidades?



resp: A: 0.02275 e B: 0.15866

15. Uma máquina de empacotar um determinado produto apresenta variações de peso com desvio padrão de 20g. Em quanto deve ser regulado o peso médio do pacote para que apenas 10% tenham menos de 400g?

resp: 425,6g

16. Determinar a área limitada pela curva normal padrão em cada um dos casos abaixo:

- a) entre  $z=0$  e  $z=1,2$ ;
- b) entre  $z=-0,68$  e  $z=0$ ;
- c) entre  $z=0,46$  e  $z=2,21$ ;
- d) entre  $z=-0,81$  e  $z=1,94$ ;
- e) à esquerda de  $z=-0,6$ ;
- f) à direita de  $z=-1,23$ ;
- g) à direita de  $z=2,05$  e à esquerda de  $z=1,44$ ;
- h) entre  $z=-1$  e  $z=1$ ;
- i) entre  $z=-1,96$  e  $z=1,96$ ;
- j) entre  $z=-2,56$  e  $z=2,56$ ;

resp: a) 0,3848 b) 0,2517 c)0,3092 d)0,7648 e)0,2743 f)0,8907 g)0,9453 h)0,68 i)0,95 j)0,99

17. Em indivíduos sadios, o consumo renal de oxigênio tem distribuição normal de média  $12 \text{ cm}^3/\text{min}$  e desvio padrão  $1,5 \text{ cm}^3/\text{min}$ .

- a) Determinar a proporção de indivíduos sadios com consumo: inferior a  $10 \text{ cm}^3/\text{min}$ ; superior a  $8 \text{ cm}^3/\text{min}$ ; entre  $9,4$  e  $13,2 \text{ cm}^3/\text{min}$ ; igual a  $11,6 \text{ cm}^3/\text{min}$ .
- b) Determinar o valor do consumo renal que é superado por  $98,5\%$  dos indivíduos sadios.
- c) Determinar uma faixa simétrica em torno do valor médio que contenha  $90\%$  dos valores do consumo renal.

resp: a) 0,0918; 0,9962; 0,7463; 0 b)  $8,745 \text{ cm}^3/\text{min}$  c)  $9,5325$  a  $14,4675$