

Instruções:

- Você pode consultar a internet e o cartão de referência do R. Você não pode consultar o caderno nem trocar informações com colegas;
- Todas as questões devem ser respondidas na folha de prova, com os códigos empregados e os resultados obtidos;
- É altamente recomendável que você faça a prova no computador do laboratório (linux). Isso porque a importação de dados pode gerar problemas devido a codificação de caracteres. Caso faça a prova no seu computador pessoal, a responsabilidade de fazer a importação total e correta dos conjuntos de dados é sua.

1. Considere a função abaixo e obtenha, numericamente

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot x^2 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (1)$$

- o valor da constante c para que $f(x)$ seja uma função densidade de probabilidade;
- qual o valor esperado de X (use o valor de c encontrado a partir de agora);
- qual a variância de X ;
- faça o gráfico da função $f(x)$;
- represente com uma reta vertical a $E(X)$.

2. Encontre as probabilidades para os eventos abaixo:

- se $X \sim \text{Normal}(\mu = 3, \sigma = 2)$, qual $P(X < 2.22)$;
- se $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 5.5)$, qual $P(X = 2)$;
- se $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 12.1)$, qual $P(X > 5)$;
- se $X \sim \text{binomial}(n = 21, p = 0,28)$, qual $P(X \leq 6)$;
- se $X \sim \text{hipergeometrica}(m = 22, n = 16, k = 5)$, qual $P(X = 3)$;
- se X tem distribuição representada pela $f(x)$ acima, qual $P(0,5 < X < 1,25)$.

3. O intervalo de confiança para uma variância populacional de uma v.a. de distribuição normal é obtido pela expressão

$$IC_{1-\alpha}(\sigma^2) = \left(\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}; \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \right), \quad (2)$$

em que s^2 é a variância amostral, n é o número de elementos da amostra, α é o nível de significância do teste e χ_q^2 representa o quantil q (que acumula q de área a sua direita) da distribuição χ^2 com $n - 1$ graus de liberdade. Construa uma função para obter o esse intervalo de confiança. Se $s^2 = 3,25$, $n = 16$ e $\alpha = 0,9$, qual é o intervalo para σ^2 ?

4. Com a função $f(x)$ obtenha

- a função de distribuição acumulada $F(x)$;
- crie a função para gerar números aleatórios da distribuição de X (use o princípio da inversa da função de distribuição);
- obtenha uma amostra da v.a. X usando o procedimento que você criou;
- faça o histograma para a sua amostra e adicione o gráfico da função $f(x)$;
- obtenha a média, a variância, e os quantis 0,05, 0,25, 0,50, 0,75 e 0,95.