CE-009: Introdução a Estatística - Turma A
Avaliações Semanais (1^o semestre 2017)

Avaliação 01

1. Um determinado exame tem probabilidade de 0,85 de detectar uma doença enquanto que um segundo tipo de exame tem probabilidade de 0,70. A doença é considerada presente se algum dos exames é positivo. Considere que um material com a doença vai ser testado por ambos exames.
   (a) Descreva os eventos relevantes com uma notação apropriada.
   (b) Forneça o espaço amostral na forma de um conjunto e aponte suas características (finito ou infinito, enumerável ou não enumerável, equiprovável ou não).
   (c) Defina em notação o evento "a doença é detectada" e forneça o conjunto que define este evento.
   (d) Qual a probabilidade da doença ser detectada?
   (e) Qual a suposição feita no cálculo da probabilidade do anterior?
   (f) Se três materiais com a doença forem testados com ambos exames, qual a probabilidade de que todos deem (falso) "negativo".

   Solução:

   (a) **Notação**:

$$\begin{aligned}
A &: \text{doença detectada no primeiro exame} \\
B &: \text{doença detectada no segundo exame} \\
DD &: \text{a doença é detectada} \\
P[A] &= 0,85 \\
P[B] &= 0,70
\end{aligned}$$

   (b) $\Omega = \{(AB), (A\overline{B}), (\overline{A}B), (\overline{AB})\}$.
   O espaço amostral é *finito*, *enumerável* e *não equiprovável*.
   (c) $DD = \{(AB), (A\overline{B}), (\overline{A}B)\}$.
   (d) $P[DD] = P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = P[A] + P[B] - P[A] \cdot P[B] = 0,85 + 0,70 - 0,85 \cdot 0,70 = 0.955$
   (e) Independência entre os resultados dos dois exames.
   (f) Supondo independência entre materiais e exames:
   $P[DD]^3 = 0.871$

---

2. Um material genético de feijão em desenvolvimento foi testado quanto à resistência a duas doenças que afetam comumente a cultura. Os resultados de 100 exames são resumidos na tabela a seguir.

resistência	resistência à doença A	
à doença B	alta	baixa
alta	80	9
baixa	6	5

   Denote por A o evento *o material tem alta resistência à doença A* e por B o evento *o material alta resistência à doença B*.
   (a) Obtenha: $P[A]$, $P[A \cap B]$, $P[A^c]$, $P[A^c \cap B^c]$, $P[A^c \cup B]$.
   (b) Obtenha: $P[A|B]$, $P[B|A]$, $P[A|B^c]$, $P[B^c|A]$, $P[B|A^c]$.
   (c) Se um material é selecionado ao acaso qual a probabilidade de ter:
   - alta resistência a A e baixa a B?
   - alta resistência a B e baixa a A?

   (d) os eventos alta resistência a ambas doenças são mutuamente exclusivos? (justifique)
   (e) os eventos alta resistência a ambas doenças são independentes? (justifique)

Solução:

```
> m <- matrix(c(80,6,9,5),ncol=2,dimnames=list(c("A","A^c"),c("B","B^c")))
> m
     B B^c
A   80   9
A^c  6   5
> mp <- prop.table(m)
> mp
       B  B^c
A   0.80 0.09
A^c 0.06 0.05
```

(a)
- $P[A] = 0.89$
- $P[A \cap B] = 0.8$
- $P[A^c] = 0.11$
- $P[A^c \cap B^c] = 0.05$
- $P[A^c \cup B] = P[A^c] + P[B] - P[A^c \cap B] = 0.91$

(b)
- $P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} = 0.93$
- $P[B|A] = \frac{P[A \cap B]}{P[A]} = 0.9$
- $P[A|B^c] = \frac{P[A \cap B^c]}{P[B^c]} = 0.64$
- $P[B^c|A] = \frac{P[B^c \cap A]}{P[A]} = 0.1$
- $P[B|A^c] = \frac{P[A^c \cap B]}{P[A^c]} = 0.55$

(c)
- $P[B \cap A^c]$ =0.06
- $P[A \cap B^c]$ =0.09

(d) Não, pois $P[A \cap B] \neq 0$, isto é, os eventos ter alta resistência a ambas doenças possuem intersecção, por isso não são mutuamente exclusivos. No contexto do exemplo, isto significa, por exemplo, que é possível ter resistência a ambas doenças ao mesmo tempo.

(e) $P[A \cap B] \neq P[A] \cdot P[B]$, isto é, o produto das marginais difere dos valores observados, por isso sabemos que os eventos não são independentes. No contexto do exemplo, as chances de ter resistência a uma doença são diferentes quando se tem ou não resistência à outra. Dizendo de outra forma, a probabilidade *marginal* (em todo universo) de se ter uma das doenças é diferente da *condicional* (no subgrupo que tem a outra doença), i.e. $P[A] \neq P[A|B]$.

```
> addmargins(mp)
       B  B^c  Sum
A   0.80 0.09 0.89
A^c 0.06 0.05 0.11
Sum 0.86 0.14 1.00
> outer(rowSums(mp), colSums(mp), "*")
         B    B^c
A   0.7654 0.1246
A^c 0.0946 0.0154
> ## note tb a ordem entre os termos!
> #outer(apply(m/sum(m),2,sum),apply(m/sum(m),1,sum),"*")
```