

# *Introdução à Probabilidade*

Silvia Shimakura

*silvia.shimakura@ufpr.br*

---

---

# *Probabilidade*

- **O que é probabilidade?**

Medida que **quantifica a incerteza** frente a um acontecimento futuro.

- **Como quantificar incerteza?**

**Definição clássica:** relaciona eventos favoráveis com eventos possíveis.

**Definição frequentista:** baseada em repetições de um experimento, sob condições semelhantes, um grande número de vezes.

---

---

# *Problema trivial 1*

- **Experimento 1:** Lançamento de um dado balanceado
  - **Espaço amostral:** conjunto dos resultados possíveis  
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - **Evento A:** face ímpar e menor que 5  
 $A = \{1, 3\}$
  - **Evento B:** face par  
 $B = \{2, 4, 6\}$
- 
-

# *Cálculo de probabilidades*

- **Experimento 1:** eventos simples são equiprováveis
- **Probabilidade:** número de resultados favoráveis ao evento de interesse dividido pelo número total de eventos possíveis
- **Experimento 1:**  
 $P(A) = 2/6$        $P(B) = 3/6$

## *Problema trivial 2*

- **Experimento 2:** Lançamento de 2 dados balanceados
  - **Espaço amostral:**  $6 \times 6 = 36$  elementos
  - **Evento F:** a soma dos dois valores é 10  
 $F = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}$
  - **Evento G:** os dois valores são iguais  
 $G = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$
  - **Evento H:** os dois valores são pares  
 $H = \{(2,2), (4,4), (6,6)\}$
- 
-

# *Cálculo de probabilidades*

- **Experimentos 2:** eventos simples são equiprováveis
- **Probabilidade:** número de resultados favoráveis ao evento de interesse dividido pelo número total de eventos possíveis
- **Experimento 2:**  
 $P(F)=3/36$     $P(G)=6/36$     $P(H)=3/36$

# *Problema menos trivial*

- Experimento 3: Lançamento de uma moeda
  - Espaço amostral: {Cara, Coroa}
  - Evento C: Cara  
 $C = \{Cara\}$
  - Eventos simples são equiprováveis?
  - $P(C) = ?$
- 
-

# *Visão frequentista de probabilidade*

- E se os eventos simples não forem equiprováveis?
- **Probabilidade:** frequência relativa de ocorrência do evento para um grande número de sorteios

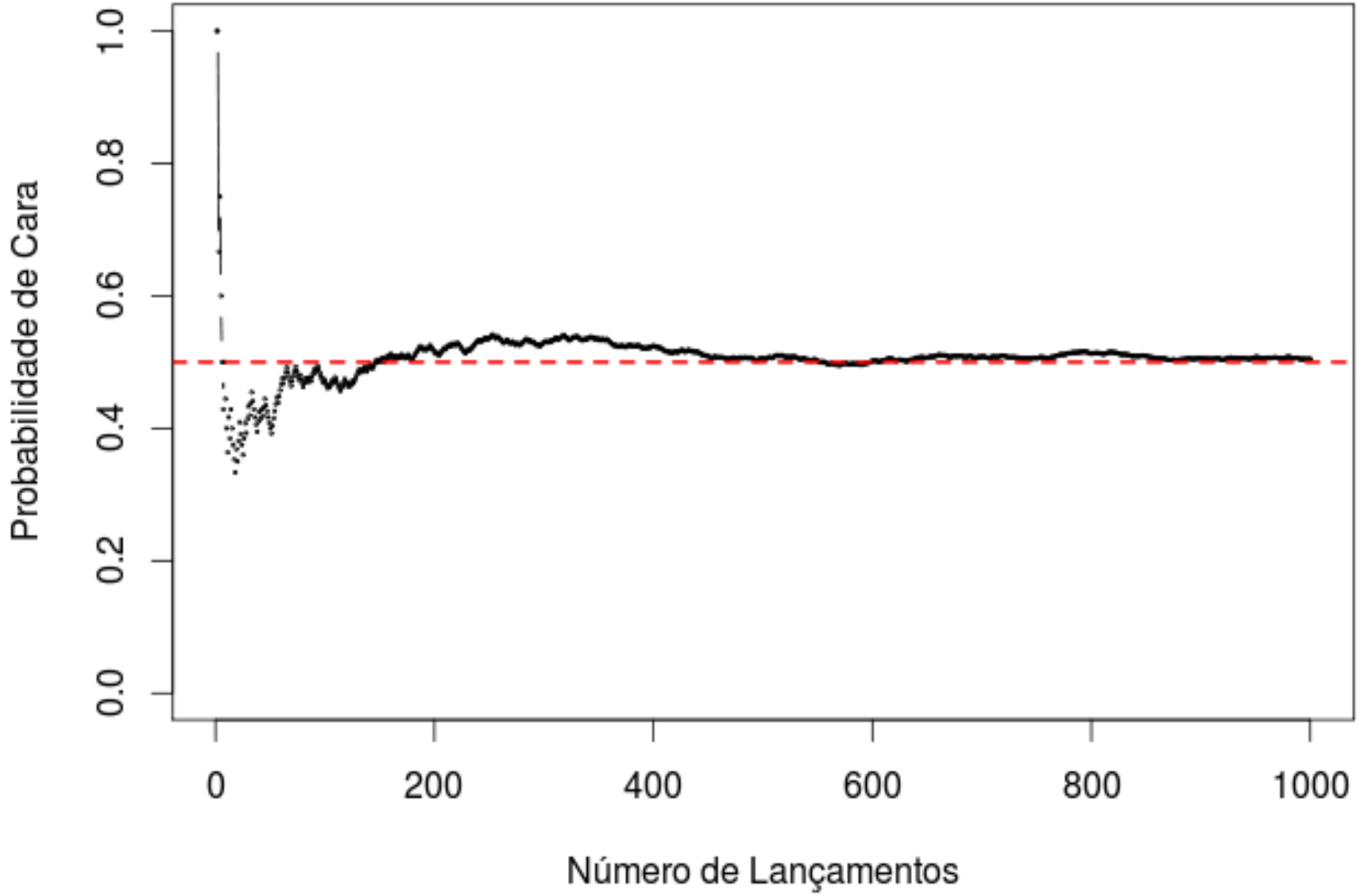




# *Frequência relativa*

- C: Cara    O: Coroa

Resultado	C	C	C	O	C	O	O	O	O	O	O	C
Frequência acumulada de Caras	1	2	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5
Número de lançamentos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Freq. relativa de caras	1/1	2/2	3/3	3/4	4/5	4/6	4/7	4/8	4/9	4/10	4/11	5/12
%	100	100	100	75	80	67	57	50	44	40	36	42



# Tipos especiais de eventos

- **Evento interseção:** ocorrência de A e B  
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$     $B = \{3, 4, 5, 6\}$     $A \cap B = \{3, 4\}$
- **Evento união:** ocorrência de A ou B ou ambos  
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- **Evento complementar de A:** contém todos os elementos do espaço amostral que não pertencem a A  
 $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$     $\bar{A} = \{5, 6\}$

# *Tipos especiais de eventos*

- **Eventos mutuamente exclusivos:** ocorrência de um evento impossibilita a ocorrência do outro

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{3, 4, 5, 6\} \quad A \cap B = \emptyset$$



# Propriedades de probabilidade

- $0 \leq P(A) \leq 1$ , para qualquer evento A
- $P(E) = 1$ , em que E é o espaço amostral
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Para dois eventos A e B quaisquer, a probabilidade de que A ou B ocorra:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Se A e B são mutuamente exclusivos, a probabilidade de que A ou B ocorra é a soma das probabilidades.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

---

---

# *Probabilidade condicional*

- É a probabilidade de B dado que A ocorreu.

Notação:  $P(B|A)$

- Para A e B quaisquer

$$P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

- Para A e B independentes

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B)$$



# Exemplo

- Lançamento de dois dados não viciados
  - Espaço amostral: 36 elementos com prob.  $1/36$  cada
  - Evento  $B$ : soma dos dados é 8
  - $B = ?$
  - $P(B) = ???$
- 
-

## *Exemplo (cont.)*

- Sabendo que o resultado do primeiro dado é 3, qual será a probabilidade da soma dos dois dados ser 8?
  - **Evento A:** primeiro dado é 3  
 $A = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\} \rightarrow P(A) = 6/36$
  - **Evento B:**  
 $B = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \rightarrow P(B) = 5/36$
  - **Evento interseção:**  $A \cap B = \{(3, 5)\} \rightarrow P(A \cap B) = 1/36$
  - **$P(B|A) = ?$  A e B são independentes? A e B são mutuamente exclusivos?**
- 
-



# *Exemplo: Distribuição de peso e pressão arterial*

Pressão arterial	Peso			Total
	Excesso	Normal	Deficiente	
Elevada	0,10	0,08	0,02	0,2
Normal	0,15	0,45	0,20	0,8
Total	0,25	0,53	0,22	1

- Probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter pressão elevada?
  - Probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter pressão elevada e excesso de peso?
  - Sabendo que a pessoa tem excesso de peso, qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter pressão elevada?
- 
-

## *Exemplo: Distribuição de peso e pressão arterial (cont.)*

- Peso em excesso e pressão arterial normal são eventos mutuamente exclusivos?
- Pressão arterial e peso são independentes?

Pressão arterial	Peso			Total
	Excesso	Normal	Deficiente	
Elevada	0,10	0,08	0,02	0,2
Normal	0,15	0,45	0,20	0,8
Total	0,25	0,53	0,22	1