CE008
Introdução à Bioestatística

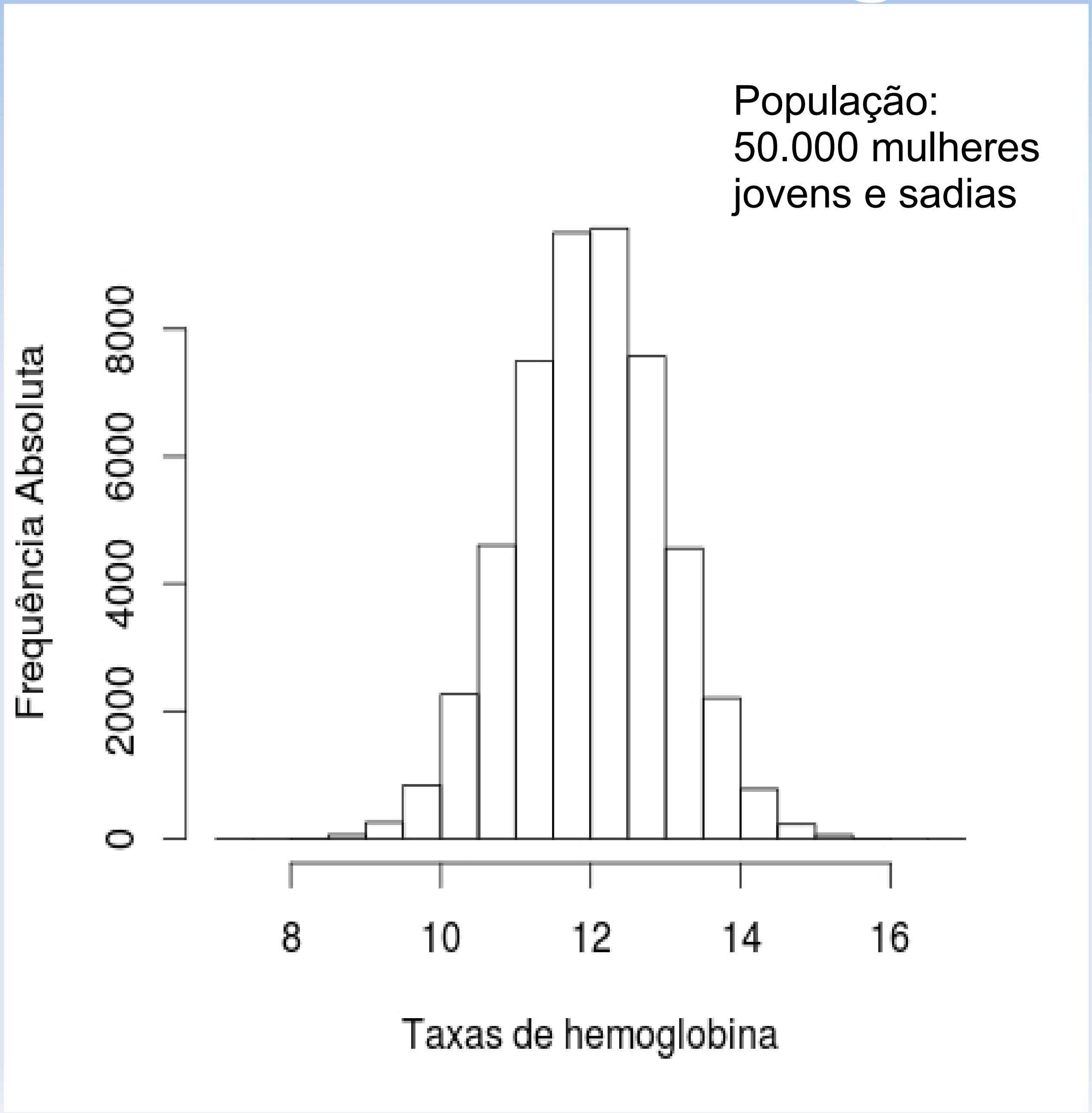
INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Silvia Shimakura

Estimação

- Amostras são usadas para estimar quantidades desconhecidas de uma população.
- Exemplo: prevalência de doenças, efeito de medicamentos, diferença entre grupos
- É importante saber qual é a variação destas estimativas de amostra para amostra.
- Teoria de probabilidades permite usar amostras para estimar quantidades de populações, e determinar a precisão destas estimativas.

Distribuição das taxas de hemoglobina



- Média=12
- Desvio-padrão=1
- Na prática a média e o desvio-padrão são desconhecidos!!!
- Censo inviável ou impossível.
- Conclusões são baseadas numa amostra.

Estimação de médias

- O que acontece quando retiramos uma amostra de uma população e estimamos a média populacional usando a média amostral?
- A estimativa é precisa?
- E se retiramos outra amostra a estimativa da média populacional será diferente?

Amostragem 1

- Uma amostra de tamanho 6 é selecionada da população de taxas de hemoglobina.

Amostra 1	11,75	11,26	11,80	12,95	11,62	10,86
Média 1	11,71					

Amostragem 2

- Selecionando-se outras 6 mulheres...temos um resultado diferente...

Amostra 1	11,75	11,26	11,80	12,95	11,62	10,86
Média 1	11,71					

Amostra 2	11,43	12,60	10,86	10,93	12,24	13,76
Média 2	11,97					

- A média amostral varia de uma amostra para outra!

PERGUNTAS

- É possível estimar a média populacional e determinar a precisão da estimativa?

- Existe um comportamento sistemático das médias amostrais?

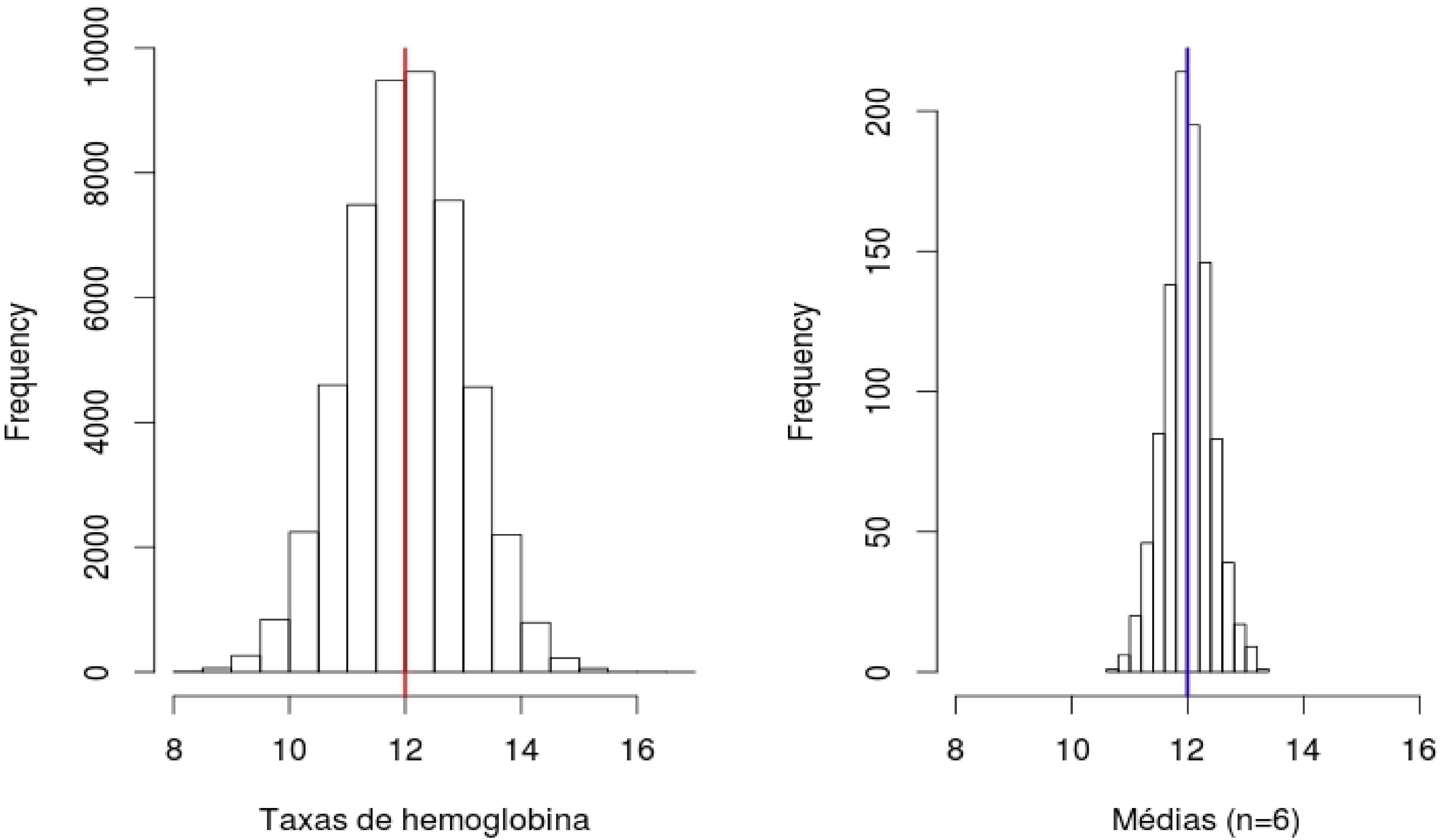
RESPOSTA

- Vamos tentar responder as perguntas com um exercício de simulação.
- Selecionamos 1000 amostras de 6 mulheres e calculamos as médias amostrais.

Amostra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11,78	11,48	10,91	11,35	11,95	10,95	12,32	12,18	12,41	10,58
	11,46	10,71	11,11	10,42	10,14	11,35	12,25	12,20	14,35	12,74
	13,41	13,06	11,31	13,57	12,01	11,83	11,33	11,50	12,29	10,42
	12,33	11,11	12,66	11,47	13,05	9,81	11,50	11,21	12,31	12,59
	11,02	12,69	11,33	11,75	12,07	12,72	12,29	10,05	13,49	12,21
	12,19	11,62	11,42	12,93	13,12	12,84	10,42	13,61	11,12	11,47
Média	12,03	11,78	11,46	11,92	12,06	11,58	11,69	11,79	12,66	11,67

- As médias amostrais $\left(\bar{X}\right)$ variam de acordo com alguma distribuição de probabilidade conhecida?

Distribuição população x média

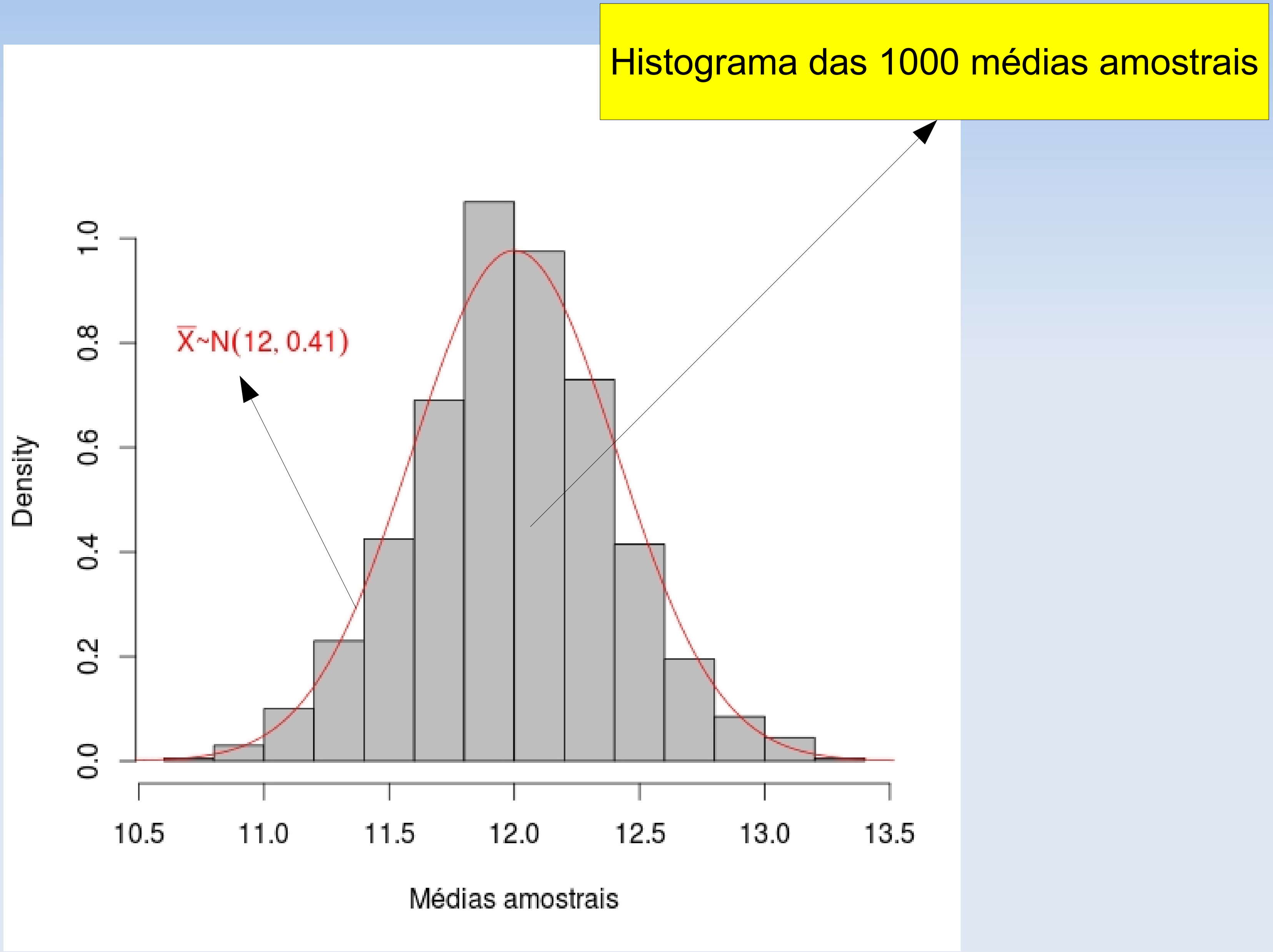


Erro padrão da média amostral

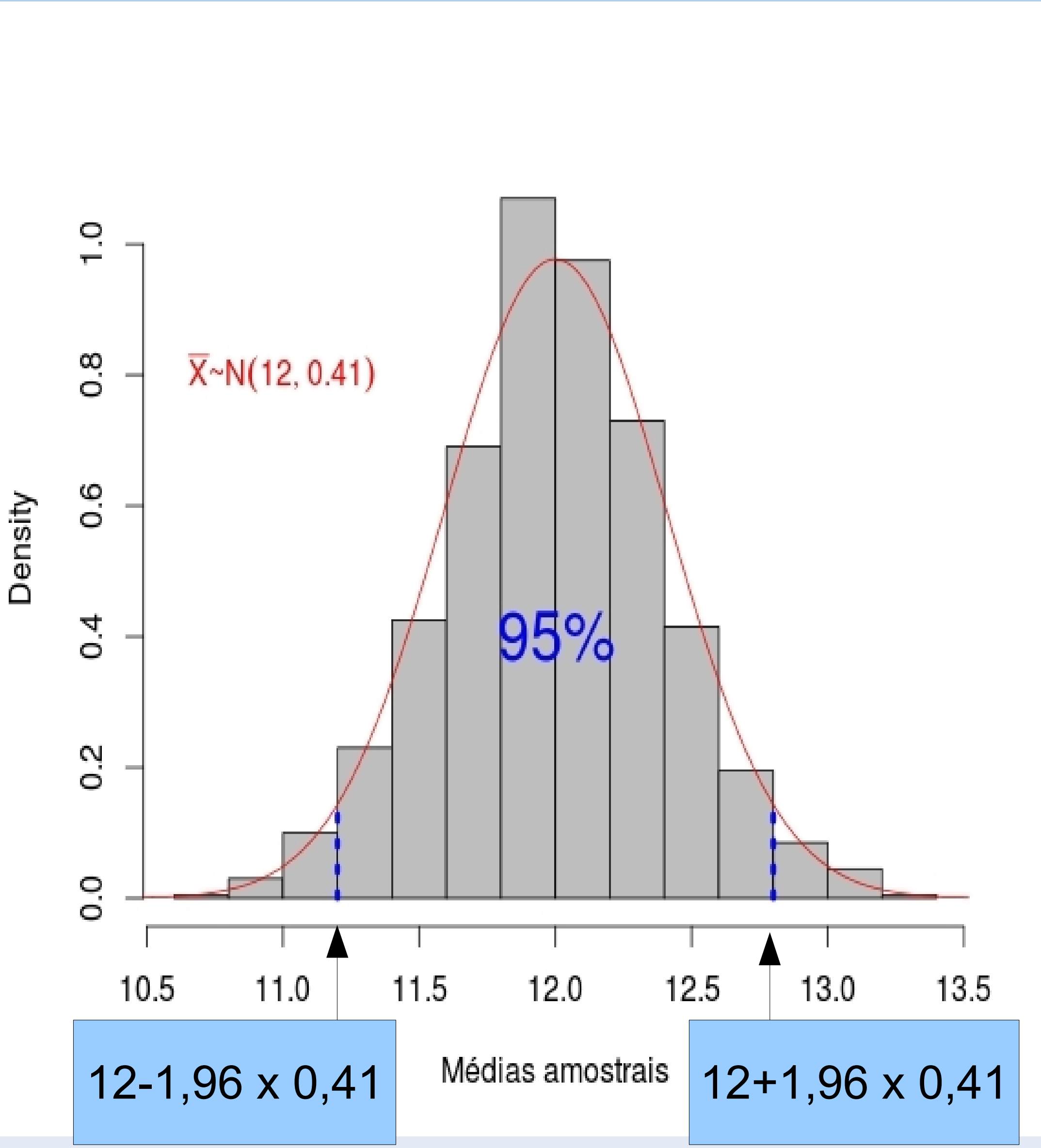
- As 1000 médias podem ser usadas para estimar os parâmetros da distribuição de $\bar{X}$
- Média das 1000 médias amostrais = 12
- Desvio-padrão das 1000 médias amostrais = 0,41 < 1
- Teorema Central do Limite: a distribuição das médias amostrais é Normal com média igual à média da população e desvio-padrão

$$\sigma / \sqrt{n} = 1 / \sqrt{6} = 0{,}41$$

Teorema Central do Limite



Consequência do TCL



- 95% das médias amostrais estão entre (12±1,96x0,41)

$$P(12-1{,}96\,x\,0{,}41 \leqslant \bar{X} \leqslant 12+1{,}96\,x\,0{,}41)=0{,}95$$

$$\downarrow$$

$$P(\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41 \leqslant 12 \leqslant \bar{X}+1{,}96\times 0{,}41)=0{,}95$$

- 95% dos intervalos ($\bar{X}$ ±1,96x0,41) cobrem a média populacional 12

- 95% das médias amostrais estão entre (12±1,96x0,41)

$$P\left(12-1{,}96\times 0{,}41\leqslant \bar{X}\leqslant 12+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(-1{,}96\times 0{,}41\leqslant \bar{X}-12\leqslant 1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

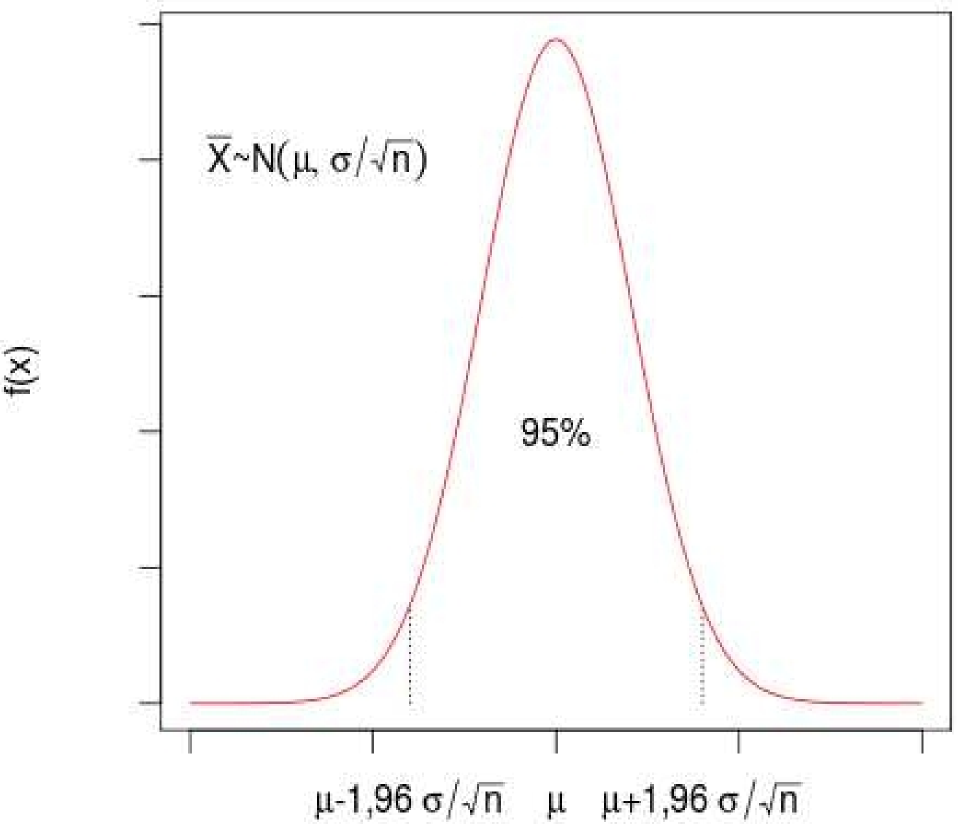
$$P\left(-\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\leqslant -12\leqslant -\bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(\bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\geqslant 12\geqslant \bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\leqslant 12\leqslant \bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

- 95% dos intervalos ($\bar{X}$ ±1,96x0,41) cobrem a média populacional 12

Generalizando



- 95% das médias amostrais estão entre $(\mu \pm 1{,}96\ \sigma/\sqrt{n})$

$$P(\mu - 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n} \leqslant \bar{X} \leqslant \mu + 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n}) = 0{,}95$$

$$\downarrow$$

$$P(\bar{X} - 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n} \leqslant \mu \leqslant \bar{X} + 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n}) = 0{,}95$$

- 95% dos intervalos $(\bar{X} \pm 1{,}96\ \sigma/\sqrt{n})$ cobrem μ

Teorema central do limite

- Usando o TCL, podemos obter uma estimativa intervalar para a média populacional µ

- Intervalo de confiança de 95% para a média populacional µ

$$\left(\bar{X} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

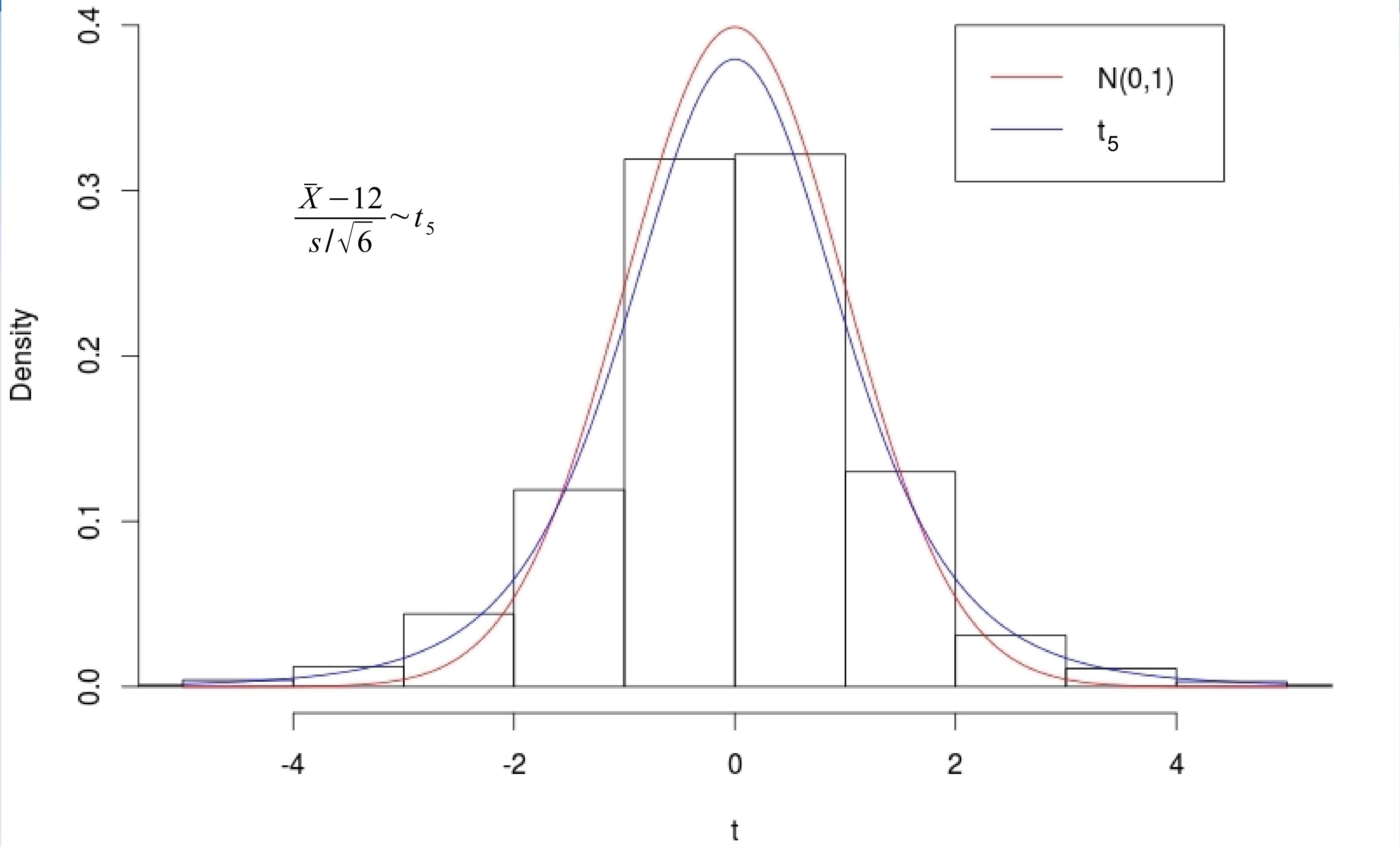
t-Student

- Pelo TCL $\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma/\sqrt{n}\right)$ então:

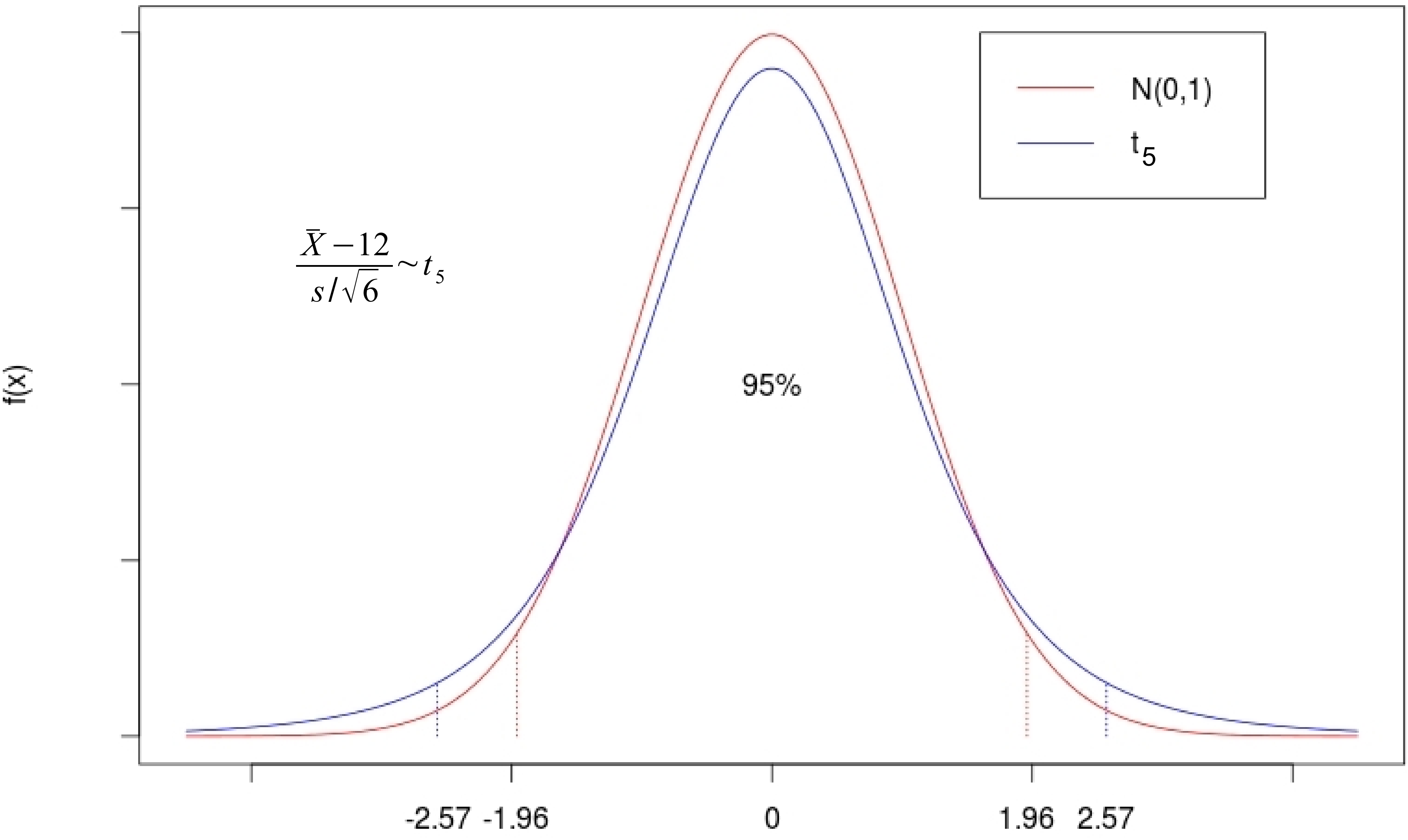
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

- Na prática σ não é conhecido então se estimarmos σ :

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$



0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
Density
N(0,1)
t_5
$\frac{\bar{X}-12}{s/\sqrt{6}} \sim t_5$
-4
-2
0
2
4
t



N(0,1)
t_5
$\frac{\bar{X}-12}{s/\sqrt{6}} \sim t_5$
f(x)
95%
-2.57
-1.96
0
1.96
2.57

t-Student

- Intervalo de confiança de 95% para a média populacional μ quando σ é desconhecido

$$\left(\bar{X} - t_{n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$