# CE008
# Introdução à Bioestatística

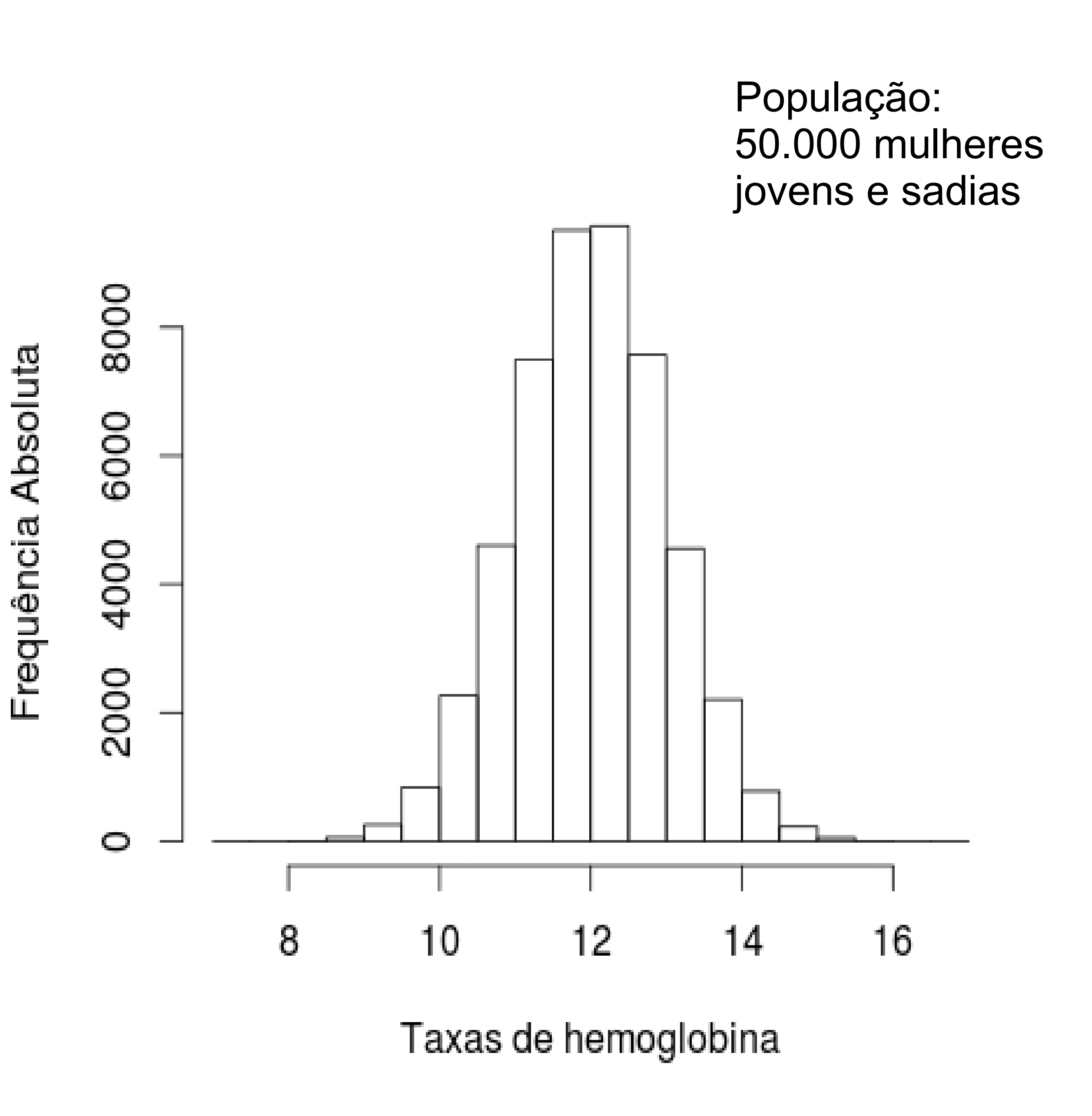
## INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Silvia Shimakura

# Estimação

- Amostras são usadas para estimar quantidades desconhecidas de uma população.
- Exemplo: prevalência de doenças, efeito de medicamentos, diferença entre grupos
- É importante saber qual é a variação destas estimativas de amostra para amostra.
- Teoria de probabilidades permite usar amostras para estimar quantidades de populações, e determinar a precisão destas estimativas.

# Distribuição das taxas de hemoglobina




- Média=12
- Desvio-padrão=1
- Na prática a média e o desvio-padrão são desconhecidos!!!
- Censo inviável ou impossível.
- Conclusões são baseadas numa amostra.

# Estimação de médias

- O que acontece quando retiramos uma amostra de uma população e estimamos a média populacional usando a média amostral?
- A estimativa é precisa?
- E se retiramos outra amostra a estimativa da média populacional será diferente?

# Amostragem 1

- Uma amostra de tamanho 6 é selecionada da população de taxas de hemoglobina.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Amostra 1 | 11,75 | 11,26 | 11,80 | 12,95 | 11,62 | 10,86 |
| Média 1 | 11,71 | | | | | |

# Amostragem 2

- Selecionando-se outras 6 mulheres...temos um resultado diferente...

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Amostra 1 | 11,75 | 11,26 | 11,80 | 12,95 | 11,62 | 10,86 |
| Média 1 | 11,71 | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Amostra 2 | 11,43 | 12,60 | 10,86 | 10,93 | 12,24 | 13,76 |
| Média 2 | 11,97 | | | | | |

- A média amostral varia de uma amostra para outra!

# PERGUNTAS

- É possível estimar a média populacional e determinar a precisão da estimativa?
- Existe um comportamento sistemático das médias amostrais?

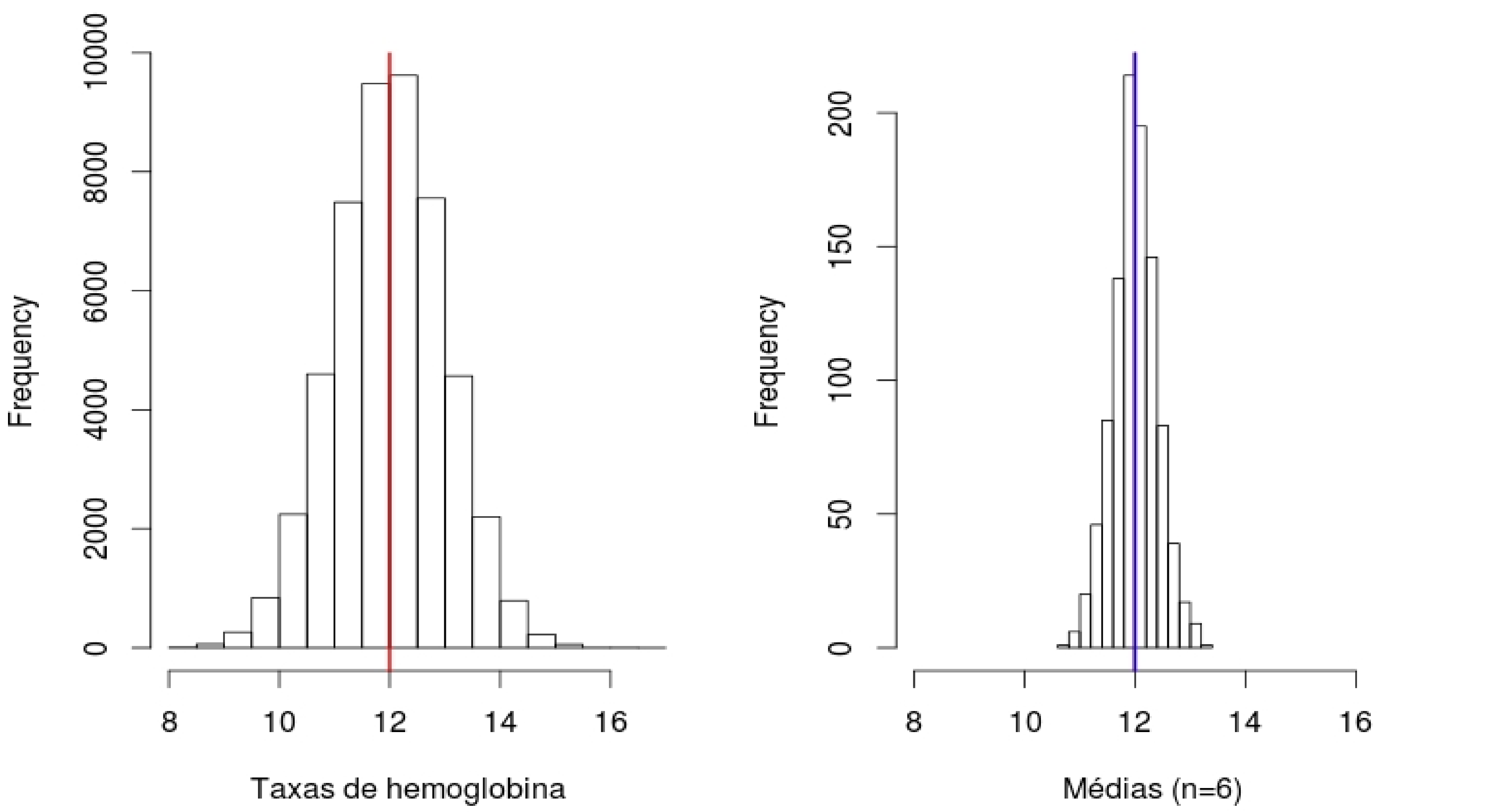
# RESPOSTA

- Vamos tentar responder as perguntas com um exercício de simulação.
- Selecionamos 1000 amostras de 6 mulheres e calculamos as médias amostrais.

| Amostra | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11,78 | 11,48 | 10,91 | 11,35 | 11,95 | 10,95 | 12,32 | 12,18 | 12,41 | 10,58 |
| | 11,46 | 10,71 | 11,11 | 10,42 | 10,14 | 11,35 | 12,25 | 12,20 | 14,35 | 12,74 |
| | 13,41 | 13,06 | 11,31 | 13,57 | 12,01 | 11,83 | 11,33 | 11,50 | 12,29 | 10,42 |
| | 12,33 | 11,11 | 12,66 | 11,47 | 13,05 | 9,81 | 11,50 | 11,21 | 12,31 | 12,59 |
| | 11,02 | 12,69 | 11,33 | 11,75 | 12,07 | 12,72 | 12,29 | 10,05 | 13,49 | 12,21 |
| | 12,19 | 11,62 | 11,42 | 12,93 | 13,12 | 12,84 | 10,42 | 13,61 | 11,12 | 11,47 |
| Média | 12,03 | 11,78 | 11,46 | 11,92 | 12,06 | 11,58 | 11,69 | 11,79 | 12,66 | 11,67 |

- As médias amostrais $\left(\bar{X}\right)$ variam de acordo com alguma distribuição de probabilidade conhecida?

# Distribuição população x média



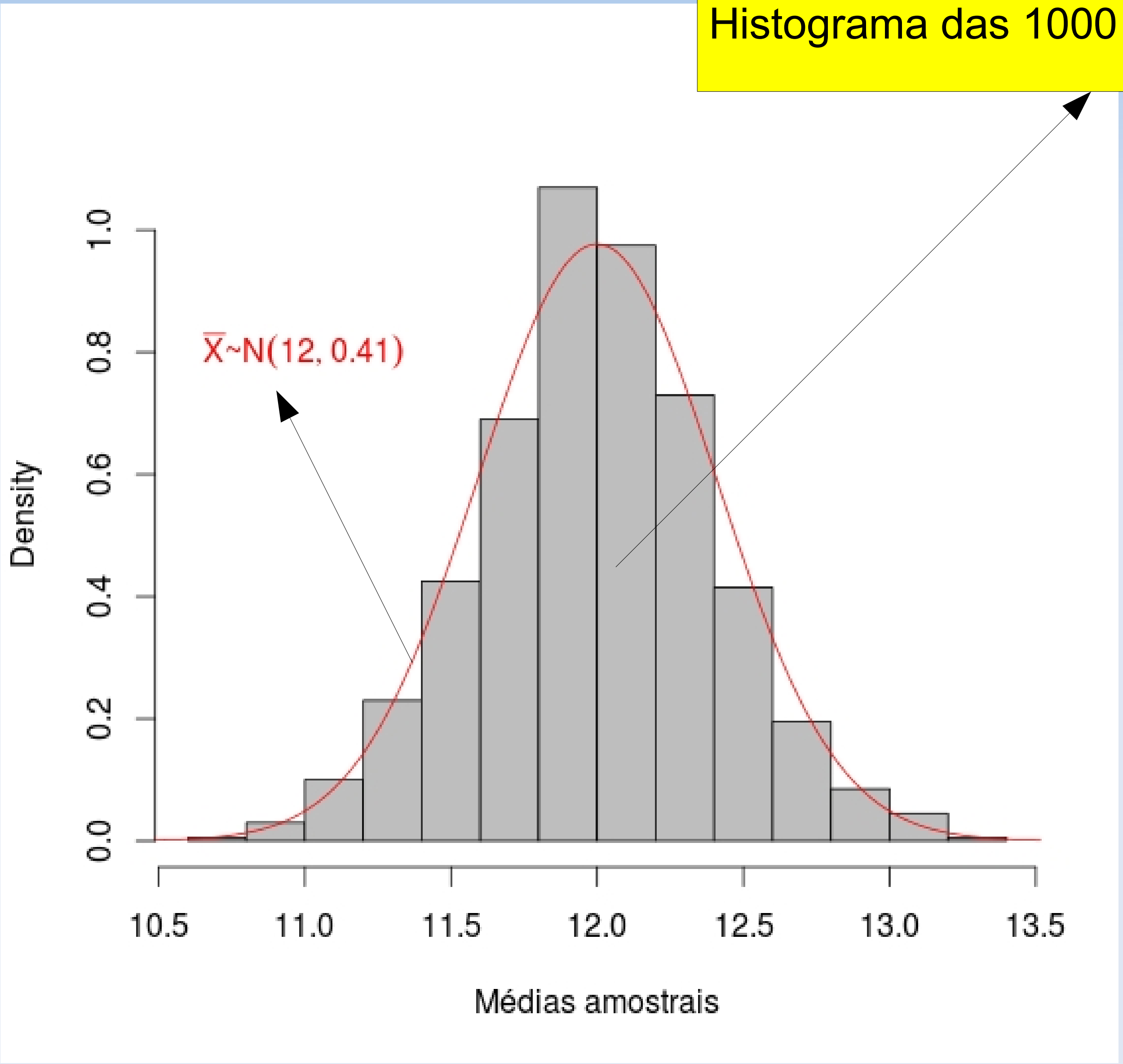
# Erro padrão da média amostral

- As 1000 médias podem ser usadas para estimar os parâmetros da distribuição de $\bar{X}$
- Média das 1000 médias amostrais = 12
- Desvio-padrão das 1000 médias amostrais = 0,41 < 1
- Teorema Central do Limite: a distribuição das médias amostrais é Normal com média igual à média da população e desvio-padrão

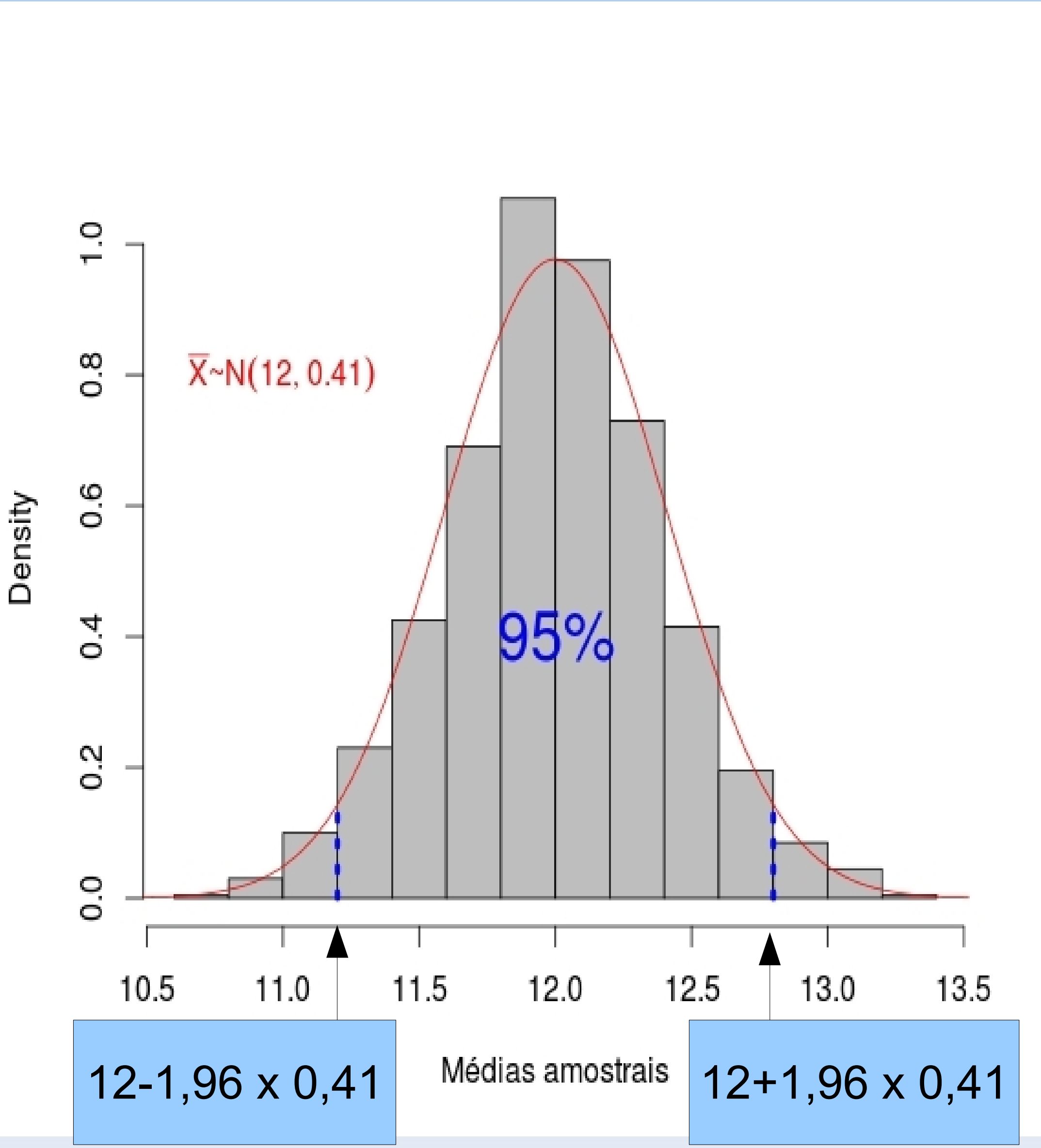
$$\sigma / \sqrt{n} = 1/\sqrt{6} = 0{,}41$$

# Teorema Central do Limite

Histograma das 1000 médias amostrais



# Consequência do TCL




- 95% das médias amostrais estão entre (12±1,96x0,41)

$$P(12-1{,}96\,x\,0{,}41 \leqslant \bar{X} \leqslant 12+1{,}96\,x\,0{,}41)=0{,}95$$

$$\downarrow$$

$$P(\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41 \leqslant 12 \leqslant \bar{X}+1{,}96\times 0{,}41)=0{,}95$$

- 95% dos intervalos ( $\bar{X}$ ±1,96x0,41) cobrem a média populacional 12

- 95% das médias amostrais estão entre (12±1,96x0,41)

$$P\left(12-1{,}96\times 0{,}41\leqslant \bar{X}\leqslant 12+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(-1{,}96\times 0{,}41\leqslant \bar{X}-12\leqslant 1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

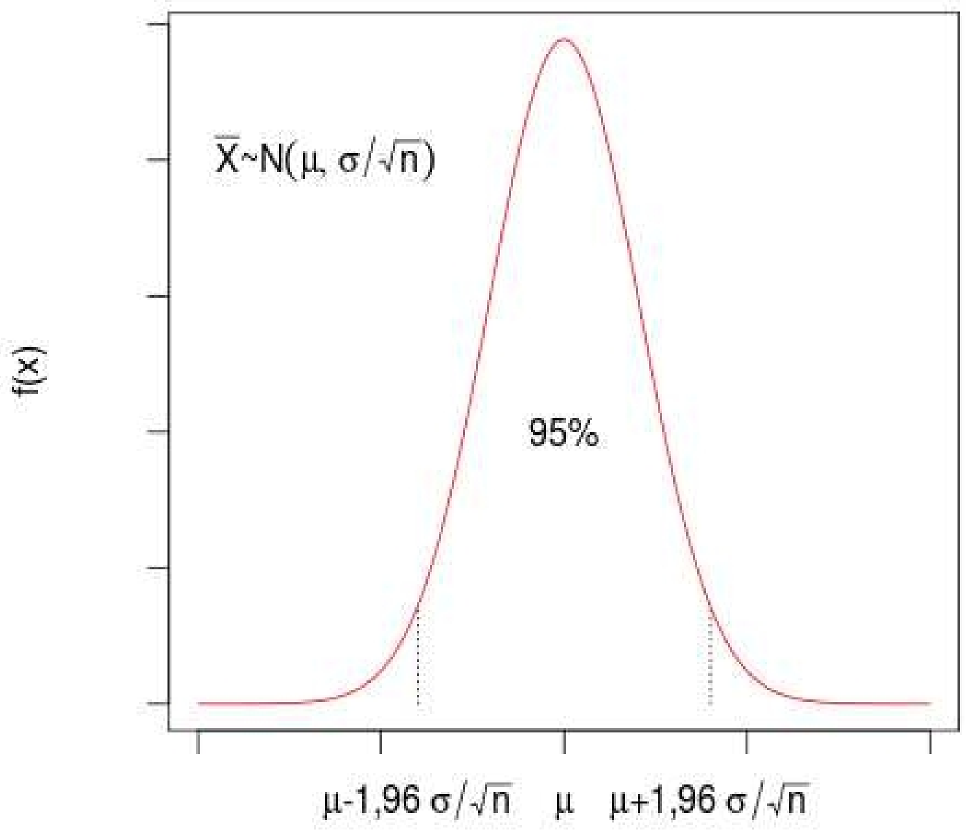
$$P\left(-\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\leqslant -12\leqslant -\bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(\bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\geqslant 12\geqslant \bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

$$P\left(\bar{X}-1{,}96\times 0{,}41\leqslant 12\leqslant \bar{X}+1{,}96\times 0{,}41\right)=0{,}95$$

- 95% dos intervalos ( $\bar{X}$ ±1,96x0,41) cobrem a média populacional 12

# Generalizando




- 95% das médias amostrais estão entre (μ±1,96 σ/√n)

$$P(\mu - 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n} \leqslant \bar{X} \leqslant \mu + 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n}) = 0{,}95$$

$$\downarrow$$

$$P(\bar{X} - 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n} \leqslant \mu \leqslant \bar{X} + 1{,}96\,\sigma/\sqrt{n}) = 0{,}95$$

- 95% dos intervalos ( $\bar{X}$ ±1,96 σ/√n) cobrem μ

# Teorema central do limite

- Usando o TCL, podemos obter uma estimativa intervalar para a média populacional μ

- Intervalo de confiança de 95% para a média populacional μ

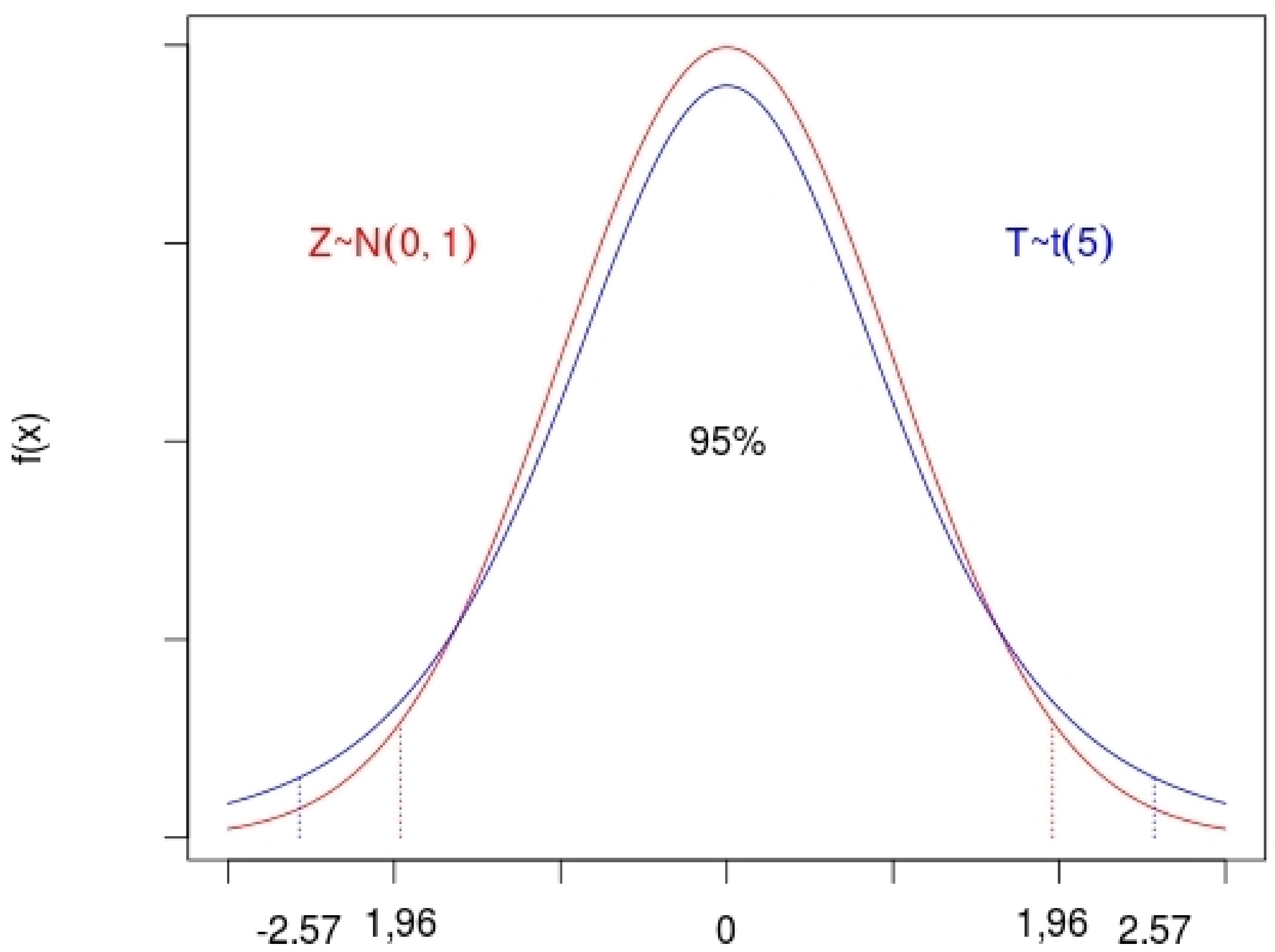
$$\left(\bar{X} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

# t-Student

- Como $\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma/\sqrt{n}\right)$ então: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

- Na prática σ não é conhecido

- σ estimado usando s : $T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$


Z~N(0, 1)
T~t(5)
95%
f(x)
-2.57
1,96
0
1,96
2.57

# t-Student

- Intervalo de confiança de 95% para a média populacional μ quando σ é desconhecido

$$\left( \bar{X} - t_{n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$