

CE-003: Estatística II - Turma: K/O, Avaliações Semanais (2º semestre/2012)

- Uma urna contém doze bolas brancas e oito bolas vermelhas. Serão retiradas, sequencialmente, três bolas da urna. A cada bola anota-se a cor e, se a bola for vermelha ela é retornada à urna e se for branca ela é posta de lado.
 - Forneça o espaço amostral do experimento.
 - Calcule probabilidade de cada elemento do espaço amostral.
 - Qual a probabilidade de não se obter todas as bolas da mesma cor?
 - Qual a probabilidade de se retirar ao menos duas bolas brancas?
 - Qual a probabilidade de retirar três vermelhas sabendo-se que ao menos uma das bolas é vermelha?
 - Se a primeira bola for branca, qual a probabilidade de obter três bolas brancas?

Solução:

$$(a) \Omega = \{(B, B, B), (B, B, V), (B, V, B), (V, B, B), (B, V, V), (V, B, V), (V, V, B), (V, V, V)\}$$

| | | | | | | | | |
|---------------|---|--|--|--|---|---|---|--|
| (b) Evento | (B, B, B) | (B, B, V) | (B, V, B) | (B, V, V) | (V, B, B) | (V, B, V) | (V, V, B) | (V, V, V) |
| Probabilidade | $\frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18}$ | $\frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{8}{18}$ | $\frac{12}{20} \frac{8}{19} \frac{11}{18}$ | $\frac{8}{20} \frac{12}{19} \frac{11}{18}$ | $\frac{12}{20} \frac{8}{19} \frac{8}{18}$ | $\frac{8}{20} \frac{12}{19} \frac{8}{18}$ | $\frac{8}{20} \frac{8}{19} \frac{12}{18}$ | $\frac{8}{20} \frac{8}{19} \frac{8}{18}$ |

$$(c) P = 1 - P[(B, B, B)] - P[(V, V, V)] = 1 - \frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18} - \frac{8}{20} \frac{8}{19} \frac{8}{18} = 0.743$$

$$(d) P = P[(B, B, B)] + P[(B, B, V)] + P[(B, V, B)] + P[(V, B, B)] = \frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18} + \frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{8}{18} + \frac{12}{20} \frac{8}{19} \frac{11}{18} + \frac{8}{20} \frac{12}{19} \frac{11}{18} = 0.6326$$

$$(e) P = \frac{P[(V, V, V)]}{1 - P[(B, B, B)]} = \frac{\frac{8}{20} \frac{8}{19} \frac{8}{18}}{1 - \frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18}} = 0.0793$$

$$(f) P = \frac{P[(B, B, B)]}{P[(B, B, B)] + P[(B, B, V)] + P[(B, V, B)] + P[(V, B, B)]} = \frac{\frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18}}{\frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{10}{18} + \frac{12}{20} \frac{11}{19} \frac{8}{18} + \frac{12}{20} \frac{8}{19} \frac{11}{18} + \frac{8}{20} \frac{12}{19} \frac{11}{18}} = 0.3216$$

- Um candidato está fazendo uma prova de múltipla escolha com cinco alternativas das quais apenas uma é correta. A chance do candidato saber a solução de uma questão é de 40%. Quando ele sabe a solução ele sempre acerta a questão e quando não sabe ele escolhe uma das respostas ao acaso. Se o candidato acerta a questão, qual a probabilidade de ele saber resolver a questão?

Solução:

Evento S : o candidato sabe a questão

Evento \bar{S} : o candidato não sabe a questão

Evento A : o candidato acerta a questão

Evento \bar{A} : o candidato não acerta a questão Dados:

$$P[S] = 0,40 \quad ; \quad P[\bar{S}] = 0,60$$

$$P[A|S] = 1,00 \quad ; \quad P[\bar{A}|S] = 0,00$$

$$P[S] = 0,40 \quad ; \quad P[\bar{S}] = 0,60$$

$$P[A|\bar{S}] = 0,20 \quad ; \quad P[\bar{A}|\bar{S}] = 0,80$$

$$P[S|A] = ?$$

$$P[S|A] = \frac{P[S \cap A]}{P[A]} = \frac{P[A|S] \cdot P[S]}{P[A|S] \cdot P[S] + P[A|\bar{S}] \cdot P[\bar{S}]} = \frac{1 \cdot 0,40}{(1 \cdot 0,40) + (0,20 \cdot 0,60)} = \frac{0,40}{0,52} = 0.769$$

- Estamos interessados nos tempos de processamento para um certo procedimento de tratamento de imagens. O algoritmo de tratamento e classificação das imagens funciona em dois estágios. O primeiro estágio é realizado em 20 segundos e a experiência mostra que a classificação é encerrada nesse estágio para 25% das imagens. As demais são processadas em um segundo estágio e destas, o processamento de 80% delas é encerrado com mais 30 segundos e 60 segundos para as restantes. Defina a variável aleatória (v.a.), forneça sua distribuição de probabilidades, a esperança e a variância da v.a. Informe ainda o tempo que espera-se gastar no processamento de 1500 imagens.

Solução:

Eventos:

 A : Classifica no primeiro estágio \bar{A} : Não classifica no primeiro estágio B : Classifica em 30 seg no segundo estágio \bar{B} : Classifica em 60 segundos no segundo estágio $\Omega = \{(A), (\bar{A}, B), (\bar{A}, \bar{B})\}$

Dados:

$$P[A] = 0,25 \quad P[B|\bar{A}] = 0,80$$

$$P[\bar{A}] = 0,75 \quad P[\bar{B}|\bar{A}] = 0,20$$

$$P[B \cap \bar{A}] = P[B|\bar{A}]P[\bar{A}] = 0,80 \cdot 0,75 = 0,60$$

$$P[\bar{B} \cap \bar{A}] = P[\bar{B}|\bar{A}]P[\bar{A}] = 0,20 \cdot 0,75 = 0,15$$

 X : tempo de processamento (s)

$$x \in \{20, 50, 80\}$$

| Evento | (A) | (\bar{A}, B) | (\bar{A}, \bar{B}) |
|--------|------|------------------|------------------------|
| x | 20 | 50 | 80 |
| P[X=x] | 0,25 | 0,60 | 0,15 |

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum x \cdot P[X = x] = \\ &= 20(0,25) + 50(0,60) + 80(0,15) = 47s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \sum (x - E(X))^2 \cdot P[X = x] = \\ &= (20 - E(X))^2(0,25) + (50 - E(X))^2(0,60) + (80 - E(X))^2(0,15) = 351s^2 \\ T &= 1500 \cdot E(X) = 70500s = 19.58hr(\text{tempo para processamento de 1500 imagens}) \end{aligned}$$
