CE-003: Estatística II - Turma: K/O, Avaliações Periódica, 2o sem. 2017

GRR: ________________ **Nome:** ____ **Turma:** __________

Avaliação 01

1. Uma *playlist* vai ser montada com três músicas selecionadas a partir de uma lista de quatro músicas do(a) artista A, outra lista de três de B e outra de duas de C. A sequência de músicas na *playlist* é montada ao acaso porém não repete músicas e tem uma de cada artista sempre na sequência de A, B e C nesta ordem..
   (a) Explique se e por que a composição da *playlist* pode ser considerada um experimento aleatório.
   (b) Forneça o espaço amostral.
   (c) Caracterize o espaço amostral quanto a ser (i) finito ou infinito, (ii) enumerável ou não enumerável, (iii) equiprovável ou não equiprovável, justificando as respostas.
   (d) Considere o evento "a *playlist* inicia com a segunda música do(a) artista A". Qual o conjunto que define este evento e qual a sua probabilidade de ocorrência?
   (e) Considere o evento "a *playlist* não contém as primeiras músicas das listas de nenhum dos(as) artistas". Qual o conjunto que define este evento e qua a sua probabilidade de ocorrência?
   (f) Qual seria a probabilidade de ocorrência de ambos eventos definidos no itens eventos anteriores?
   (g) E qual seria a probabilidade de ocorrência de algum deles?
   (h) Quantas *playlists* seria possíveis se a ordem dos(as) artistas também fosse tomada ao acaso?
   (i) Quantas *playlists* seriam possíveis se fosse permitido o sorteio de mais de uma música do mesmo artista, porém ainda sem repetição de música?
   (j) Neste caso, qual seria a probabilidade da *playlist* não conter uma música do artista A?

   Solução:
   Notação:

$$\begin{aligned} A1, A2, A3 \text{ e } A4 &: \text{ músicas do(a) artista } A \\ B1, B2, \text{ e } B3 &: \text{ músicas do(a) artista } B \\ C1 \text{ e } C2 &: \text{ músicas do(a) artista } C \end{aligned}$$

   (a) Sim, pelo fato da ordem dos artistas e músicas de cada um ser escolhada ao acaso.
   (b) $\Omega_1 = \{(A1, B1, C1), (A1, B1, C2), (A1, B2, C1), (A1, B2, C2), (A1, B3, C1), (A1, B3, C2),$
   $(A2, B1, C1), (A2, B1, C2), (A2, B2, C1), (A2, B2, C2), (A2, B3, C1), (A2, B3, C2),$
   $(A3, B1, C1), (A3, B1, C2), (A3, B2, C1), (A3, B2, C2), (A3, B3, C1), (A3, B3, C2),$
   $(A4, B1, C1), (A4, B1, C2), (A4, B2, C1), (A4, B2, C2), (A4, B3, C1), (A4, B3, C2)\}$
   $n(\Omega_1) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$
   (c) Finito, enumerável e equiprovável. (Justificativa)
   (d) $E_1 = \{(A2, B1, C1), (A2, B1, C2), (A2, B2, C1), (A2, B2, C2), (A2, B3, C1), (A2, B3, C2)\}$
   $P[E_1] = n(E_1)/n(\Omega_1) = 6/24 = 1/4 = 0,25$
   (e) $E_2 = \{(A2, B2, C2), (A2, B3, C2), (A3, B2, C2), (A3, B3, C2), (A4, B2, C2), (A4, B3, C2)\}$
   $P[E_2] = n(E_2)/n(\Omega_1) = 6/24 = 1/4 = 0,25$
   (f) $P[E_1 \cap E_2] = 2/24 = 0.0833$
   (g) $P[E_1 \cup E_2] = P[E_1] + P[E_2] - P[E_1 \cap E_2] = 10/24 = 0.417$
   (h) $n(\Omega_2) = 24 * 6 = 144$
   (i) $n(\Omega_3) = 9 * 8 * 7 = 504$
   (j) $P[\overline{A}|\Omega_3] = (5 * 4)/504 = 0.0397$

---

1. Três algorítmos diferentes vão ser testados para a classificação do diagnóstico baseado em exames e imagens. Cada algorítmo pode acertar o diagnóstico da presença de certa doença e sabe-se que até o momento as taxas de acerto são de 85, 90 e 70%. Uma imagem/exames de um paciente com a doença é fornecida aos três algorítmos e avalia-se o acerto de cada um deles.

(a) Forneça o espaço amostral.

(b) Caracterize o espaço amostral quanto a ser (i) finito ou infinito, (ii) enumerável ou não enumerável, (iii) equiprovável ou não equiprovável, justificando as respostas.

(c) Defina dois eventos e forneça suas probabilidades.

(d) Qual a probabilidade de que A acerte o diagnóstico ou que apenas um algorítmo acerte?

(e) Qual a probabilidade de que A tenha acertado o diagnóstico sabendo que apenas um algorítmo acertou?

(f) Qual a probabilidade de que nem A nem B acertem o diagnóstico?

(g) Qual a probabilidade da doença ser detectada?

(h) Qual a probabilidade de B acertar o diagnóstico sabendo que a doença foi detectada?

(i) Defina uma variável aleatória sobre este espaço amostral e indique seus possíveis valores.

(j) Obtenha a distribuição de probabilidades da variável aleatória.

Solução:
Notação:

$$\begin{aligned} A:&\ \text{ o algorítmo A acerta o diagnóstico };\overline{A}::\ \text{ o algorítmo A erra o diagnóstico}\\ P[A]=0,85 &\quad P[\overline{A}]=0,15\\ B:&\ \text{ o algorítmo B acerta o diagnóstico };\overline{B}::\ \text{ o algorítmo B erra o diagnóstico}\\ P[B]=0,90 &\quad P[\overline{B}]=0,10\\ C:&\ \text{ o algorítmo C acerta o diagnóstico };\overline{C}::\ \text{ o algorítmo C erra o diagnóstico}\\ P[C]=0,70 &\quad P[\overline{C}]=0,30 \end{aligned}$$

(a) $\Omega=\{(A,B,C),(\overline{A},B,C),(A,\overline{B},C),(A,B,\overline{C}),(\overline{A},\overline{B},C),(\overline{A},B,\overline{C}),(A,\overline{B},\overline{C}),(\overline{A},\overline{B},\overline{C})\}$

(b) Finito, enumerável e não equiprovável. (Justificativa)

(c)

$$\begin{aligned} E_1:&\ \text{ A acerta o diagnóstico }=\{(A,B,C),(A,\overline{B},C),(A,B,\overline{C}),(A,\overline{B},\overline{C})\}\\ P[E_1]&=0,85\cdot 0,90\cdot 0,70+0,85\cdot 0,10\cdot 0,70+0,85\cdot 0,90\cdot 0,30+0,85\cdot 0,10\cdot 0,30=0.85\\ E_2:&\ \text{ B erra o diagnóstico }=\{(A,\overline{B},C),(\overline{A},\overline{B},C),(A,\overline{B},\overline{C}),(\overline{A},\overline{B},\overline{C})\}\\ P[E_2]&=0,85\cdot 0,10\cdot 0,70+0,15\cdot 0,10\cdot 0,70+0,85\cdot 0,10\cdot 0,30+0,15\cdot 0,10\cdot 0,30=0.304 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} E_3:&\ \text{ apenas um algorítmo acerta o diagnóstico }=\{(A,\overline{B},\overline{C}),(\overline{A},B,\overline{C}),(\overline{A},\overline{B},C)\}\\ P[E_3]&=0,85\cdot 0,10\cdot 0,30+0,15\cdot 0,90\cdot 0,30+0,15\cdot 0,10\cdot 0,70=0.0765\\ E_1\cap E_3&=\{(A,\overline{B},\overline{C})\}\ ;\quad P[E_1\cap E_3]=0,85\cdot 0,10\cdot 0,30=0.0255\\ P[E_1\cup E_3]&=P[E_1]+P[E_3]-P[E_1\cap E_3]=0.85+0.0765-0.0255=0.901 \end{aligned}$$

(e) $P[E_1|E_3]=\frac{P[E_1\cap E_3]}{P[E_3]}=\frac{0.0255}{0.0765}=0.333$

(f)

$$\begin{aligned} E_4:&\ \text{ nem A nem B acertam o diagnóstico }=\{(\overline{A},\overline{B},C),(\overline{A},\overline{B},\overline{C})\}\\ P[E_4]&=0,15\cdot 0,10\cdot 0,70+0,15\cdot 0,10\cdot 0,30=0.015\\ \text{note que: }&P[\overline{A}]\cdot P[\overline{B}]=0,15\cdot 0,10=0.015(independentes) \end{aligned}$$

(g)

$$\begin{aligned} E_5:&\ \text{ da doença ser detectada}\\ P[E_5]&=1-P[\overline{E}_5]=1-0,15\cdot 0,10\cdot 0,30=0.996 \end{aligned}$$

(h)

$$\begin{aligned} P[B]&=1-P[E_2]\\ B\cap E_5&=\{(A,B,C),(\overline{A},B,C),(A,B,\overline{C}),(\overline{A},B,\overline{C})\}\\ P[B\cap E_5]&=0,85\cdot 0,90\cdot 0.70+0,15\cdot 0,90\cdot 0.70+0,85\cdot 0,90\cdot 0.30+0,15\cdot 0,90\cdot 0.30=0.9\\ P[B|E_5]&=\frac{P[B\cap E_5]}{P[E_5]}=\frac{0.9}{0.996}=0.904 \end{aligned}$$

(i)

$$X: \text{ número de algorítmos que acertam o diagnóstico}$$
$$x \in \{0, 1, 2, 3\}$$

(j)

x	0	1	2	3
P[X=x]	0.0045	0.0765	0.383	0.535

Avaliação 03

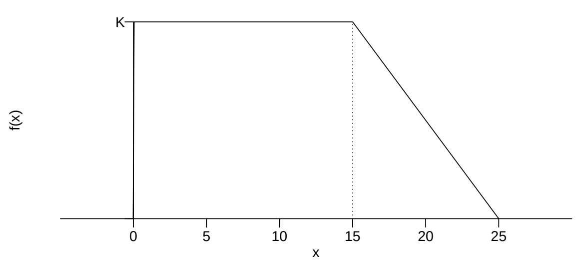
1. A localização de ocorrências em um trecho de 25 km de rodovia é considerada ser uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} K & \text{se } 0 < x \leq 15 \\ -\frac{K}{10}(x-25) & \text{se } 15 < x \leq 25 \\ 0 & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > 25 \end{cases}$$

(a) Encontre o valor de K.
(b) Qual a probabilidade de ocorrer uma ocorrência nos primeiros 10 km?
(c) Se sabe-se que uma ocorrência ocorreu antes do km 20, qual a probabilidade de que tenha sido antes do km 10?
(d) Qual a probabilidade de uma ocorrência ter ocorrido entre os km 12 e 22 ?
(e) Se uma central de apoio for colocada no km 0, qual a distãncia que espera-se percorrer para atender 100 ocorrências?

Solução:

A função $f(x)$ tem a forma conforme a seguinte figura:



(a) Para que $f(x)$ seja uma f.d.p. a área sob a figura deve ser 1, ou seja, $\int_0^{25} f(x)\mathrm{d}x = 1$.
Solução geométrica:

$$b_r \cdot h_r + \frac{b_t \cdot h_t}{2} = 1$$
$$15 \cdot K + \frac{10 \cdot K}{2} = 1$$
$$K = \frac{1}{20} = 0,05$$

Solução por integração:

$$\int_0^{25} f(x)\mathrm{d}x = 1$$
$$\int_0^{15} f(x)\mathrm{d}x + \int_{15}^{25} f(x)\mathrm{d}x = 1$$
$$K \cdot (15-0) - \frac{K}{10}\left(25 \cdot (25-15) - \frac{25^2 - 15^2}{2}\right) = 1$$
$$K = \frac{1}{20} = 0,05$$

(b) $P[X \leq 10]$
Solução geométrica:

$$P[X \leq 10] = b_r \cdot h_r = 10 \cdot 0,05 = 0.5 = 1/2$$

Solução por integração:

$$\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 0,05 \cdot (15-0) = 0.5 = 1/2$$

(c)

$$P[X \leq 10 | X \leq 20] = \frac{P[(X \leq 10(\cap(X \leq 20])}{P[X \leq 20]} = \frac{P[X \leq 10]}{P[X \leq 20]}$$

é mais conveniente calcular: $P[X \leq 20] = 1 - P[X > 20]$

Solução geométrica:

$$P[X > 20] = \frac{b_t \cdot h_t}{2} = \frac{(25-20) \cdot f(20)}{2} = 0.9375 = 15/16$$

Solução por integração:

$$P[X > 20] = \int_{20}^{25} f(x)\mathrm{d}x = 0,005 \left(25(25-20) - \frac{25^2 - 20^2}{2} \right) = 0.9375 = 15/16$$

Portanto,

$$P[X \leq 10 | X \leq 20] = \frac{1}{0.9375} = 0.5333 = 8/15$$

(d) $P[12 \leq X \leq 22]$

Solução geométrica:

$$P[12 \leq X \leq 22] = b_r \cdot h_r + \frac{b_t \cdot h_t}{2} = (15-12) \cdot K + \frac{f(15) \cdot f(22)}{2} = 0.3775 = 6550/17351$$

Solução por integração:

$$\int_{12}^{22} f(x)\mathrm{d}x = \int_{12}^{15} f(x)\mathrm{d}x + \int_{15}^{22} f(x)\mathrm{d}x = 0,05(15-12) - 0,005 \left(25 \cdot (22-15) - \frac{22^2 - 15^2}{2} \right) = 0.3775 = 6550/17351$$

(e) $100 \cdot E[X] = 100 \cdot \int_0^{25} x \cdot f(x)\mathrm{d}x = 1021$

Solução computacional:

```
> fx <- function(x){
+     y <- numeric(length(x))
+     y[x > 0 & x <= 15]  <- 0.05
+     y[x > 15 & x <= 25]  <- -0.005 * (x[x > 15 & x <= 25] - 25)
+     return(y)
+ }
> ## (a)
> (qa <- integrate(fx, 0, 25)$value)

[1] 1

> ## (b)
> (qb <- integrate(fx, 0, 10)$value)

[1] 0.5

> ## (c)
> (p20 <- integrate(fx, 0, 20)$value)

[1] 0.9375

> (qc <- integrate(fx, 0, 10)$value/integrate(fx, 0, 20)$value)

[1] 0.5333

> ## (d)
> (qd <- integrate(fx, 12, 22)$value)

[1] 0.3775

> ## (e)
>  Ex.f <- function(x){ x * fx(x)}
> (EX <- integrate(Ex.f, 0, 25)$value)

[1] 10.21
```

1. Seja uma função de densidade de probabilidades $f(x) = 0,2 - 0,02x \; I_{0,10}(x)$.
   (a) Esboce um gráfico da função.
   (b) Mostre que $f(x)$ é uma função de densidade de probabilidades (f.d.p.) válida.
   (c) Obtenha a expressão de $F(x)$ e seu gráfico.
   (d) Obtenha o valor médio $E[X]$ e a variância $\text{Var}[X]$
   Obtenha as probabilidades:
   (e) $P[X > 2]$,
   (f) $P[X < 7]$,
   (g) $P[X > 5]$,
   (h) $P[X > E[X]]$,
   (i) $P[X > 2|X < 7]$,
   (j) $P[3 < X < 8]$.
   (k) Obtenha os quantis 0,15, 0,25, 0,50, 0,60, 0,75 e 0,90,

Solução:

(a) Ver Figura (esquerda)

(b) Mostrar que:

$$(i) f(x) \geq 1 \forall x$$
$$(ii) \int_0^{10} f(x) \mathrm{d}x = 1$$

(c) Ver Figura (direita)

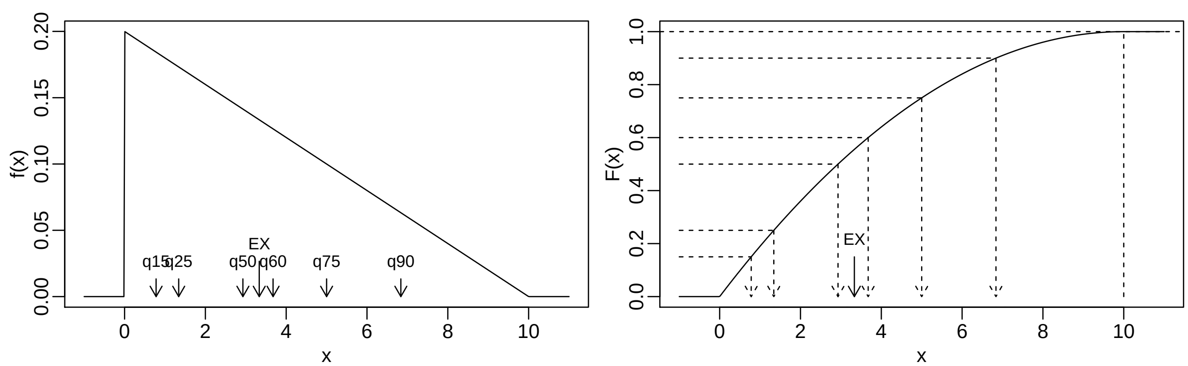


Figura 1: Função de densidade de probabilidade e acumulada com valores da esperança e quantis indicados.

(d)

$$\text{E}[X] = \int_0^{10} x \cdot f(x) \mathrm{d}x = \ldots = 3.33$$
$$\text{Var}[X] = \int_0^{10} (x - \text{E}[X])^2 \cdot f(x) \mathrm{d}x$$
$$= \text{E}[X^2] - (\text{E}[X])^2 = \int_0^{10} x \cdot f(x) \mathrm{d}x - (E[X])^2 = \ldots = 16.7 - (3.33)^2 = 5.56$$

(e) $P[X > 2] = 1 - F(2) = 1 - (0,2 \cdot 2 - 0,01 \cdot 2^2) = 0.64$

(f) $P[X < 7] = F(7) = 0,2 \cdot 7 - 0,01 \cdot 7^2 = 0.91$

(g) $P[X > 5] = 1 - F(5) = 1 - (0,2 \cdot 5 - 0,01 \cdot 5^2) = 0.25$,

(h) $P[X > E[X]] = 1 - F(10/3) = 1 - (0,2 \cdot 10/3 - 0,01 \cdot (10/3)^2) = 0.444$

(i) $P[X > 2|X < 7] = \frac{P[2<X<7]}{P[X<7]} = \frac{F(7)-F(2)}{F(7)} = 0.604$

(j) $P[3 < X < 8] = F(8) - F(3) = 0.45$

(k) Para qualquer quantil q_p, $F(q) = p$, ou seja, $q = F^{-1}(p)$, portanto para a $f(x)$ dada o quantil é a raiz da equação $0,2q_p - 0,01q_p^2 = p$ que estiver no intervalo $(0, 10)$ no qual a função está definida.

$$q_{0,15} = 0.78$$
$$q_{0,25} = 1.34$$
$$q_{0,50} = 2.93$$
$$q_{0,60} = 3.68$$
$$q_{0,75} = 5$$
$$q_{0,90} = 6.84$$

Soluções computacionais com o programa R:

```
> fx <- function(x){
+     y <- ifelse(x>0 & x<10, 0.2 - 0.02*x, 0)
+     return(y)
+ }
> Fx <- function(x){
+     y <- numeric(length(x))
+     I1 <- (x > 0 & x < 10)
+     y[I1]  <- 0.2*x[I1] - 0.01*(x[I1])^2
+     y[x>10]  <- 1
+     return(y)
+ }
> par(mfrow=c(1,2), mar=c(2.5,2.5,0.5, 0.5), mgp=c(1.5,0.5,0))
> xs <- seq(-1, 11, length=501)
> #
> plot(xs, fx(xs), type="l", xlab="x", ylab="f(x)")
> arrows(EX, fx(EX)/5, EX, 0, length=0.1)
> text(EX, fx(EX)/5, "EX" , pos=3,cex=0.8)
> x0 <- c(q15, q25, q50, q60, q75, q90)
> arrows(x0, fx(EX)/10, x0, 0, length=0.1)
> text(x0, fx(EX)/10, c("q15", "q25", "q50", "q60", "q75", "q90") , pos=3,cex=0.8)
> #
> plot(xs, Fx(xs), type="l", xlab="x", ylab="F(x)")
> segments(10,0,10,1, lty=2)
> abline(h=1, lty=2)
> y0 <- c(0.15, 0.25, 0.50, 0.60, 0.75, 0.90)
> segments(-1, y0, x0, Fx(x0), lty=2)
> arrows(x0, Fx(x0), x0, 0, length=0.1, lty=2)
> text(x0, 0, c("q15", "q25", "q50", "q60", "q75", "q90") , pos=1, cex=0.8)
> arrows(EX, 0.15, EX, 0, length=0.1)
> text(EX, 0.15, "EX" , pos=3, cex=0.8)
> Ex.f <- function(x){ x * fx(x)}
> (EX <- integrate(Ex.f, 0, 10)$value)

[1] 3.333

> Ex2.f <- function(x){ x^2 * fx(x)}
> (EX2 <- integrate(Ex2.f, 0, 10)$value)

[1] 16.67

> (VarX <- EX2 - (EX)^2)

[1] 5.556

> (sdX <- sqrt(VarX))

[1] 2.357

> 1 - Fx(2)

[1] 0.64

> Fx(7)

[1] 0.91

> 1 - Fx(5)

[1] 0.25
```

```
> 1 - Fx(EX)
[1] 0.4444
> (Fx(7)-Fx(2))/Fx(7)
[1] 0.6044
> Fx(8)-Fx(3)
[1] 0.45
> q15 <- Re(polyroot(c(-0.15, 0.2, -0.01))); (q15 <- q15[q15 > 0 & q15 < 10])
[1] 0.7805
> q25 <- Re(polyroot(c(-0.25, 0.2, -0.01))); (q25 <- q25[q25 > 0 & q25 < 10])
[1] 1.34
> q50 <- Re(polyroot(c(-0.50, 0.2, -0.01))); (q50 <- q50[q50 > 0 & q50 < 10])
[1] 2.929
> q60 <- Re(polyroot(c(-0.60, 0.2, -0.01))); (q60 <- q60[q60 > 0 & q60 < 10])
[1] 3.675
> q75 <- Re(polyroot(c(-0.75, 0.2, -0.01))); (q75 <- q75[q75 > 0 & q75 < 10])
[1] 5
> q90 <- Re(polyroot(c(-0.90, 0.2, -0.01))); (q90 <- q90[q90 > 0 & q90 < 10])
[1] 6.838
```

Avaliação 05

1. Responda as questões a seguir declarando a variável aleatória e a sua distribuição.
   (a) Registros de um sistema mostram que 1 a cada 20 requisições de acesso de um determinado serviço não são completadas.
      i. Se forem feitas 15 requisições qual a probabilidade de que no máximo duas não sejam completadas.
      ii. Em um teste para avaliar o sistema requisições serão feitas sequencialmente até que a primeiro acesso não seja completado. Se este teste for feito diversas vezes, anotando-se o número de acessos a cada teste, qual deve ser o valor da média do número de acessos? Como voce calcularia a probabilidade de que o esse número de acessos não chegue a 5?
      iii. O teste anterior foi repetido porém até que o terceiro acesso não fosse completado. Em um particular ensaio foram feitas 10 análise desta forma. Qual a probabilidade desta ocorrência? Se este teste for repetido diversas vezes e o número de acessos anotado, qual deve ser a média do número de acessos?

Solução:

$$p = 1/20$$

i.

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de requisições não atendidas em 15 solicitações}\\
&X \sim B(n = 15, p = 1/20)\\
P[X \leq 2] &= P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] = 0.9638
\end{aligned}$$

ii.

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de requisições } \textbf{atendidas} \text{ até a primeira não completada}\\
&X \sim G(p = 1/20) \quad P[X = x] = p \cdot (1-p)^x, x = 0, 1, \ldots\\
E[X] + 1 &= \frac{1-p}{p} + 1 = \frac{1}{p} = 20\\
P[X < 4] &= \sum_{i=0}^{4} P[X = i] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] =\\
&= \sum_{i=0}^{4} (1/20)(1 - 1/20)^i = 0.2262
\end{aligned}$$

iii.

X : número de requisições **atendidas** até a terceira não completada

$X \sim BN(r = 3, p = 1/20)$; $P[X = x] = \binom{x+3-1}{3}(1/20)^3 \cdot (1-1/20)^x, x = 0, 1, \ldots$

10 requisições $\longrightarrow$ 7 atendidas

$P[X = 7] = 0.0031$

$E[X] + 3 = r\frac{1-p}{p} + 1 = \frac{r}{p} = 60$

(b) Tem-se um conjunto de 40 sensores das quais 15 estão danificados. Uma transmissão é feita para 12 sensores foram selecionadas ao acaso. Qual a probabilidade da transmissão ter sido enviada para 4 ou mais sensores operantes?

Solução:

X : número de sensores operantes dentre os 12

$X \sim HG(N = 40, K = (40 - 15 = 25), n = 12)$; $P[X = x] = \frac{\binom{25}{x}\binom{15}{12-x}}{\binom{40}{12}}$

$$P[X \geq 4] = 1 - P[X \leq 3] = 1 - \sum_{i=0}^{2} P[X = i] = 1 - P[X = 0] - P[X = 1] - P[X = 2] - P[X = 3] = 0.9978$$

(c) Considere agora uma transmissão de dados que tem uma taxa de falha de 5,2 falhas por hora. Qual a probabilidade de que em um intervalos de 15 minutos não haja nenhuma falhas de transmissão? E de que seja registradas mais do que 4 falhas?

Solução:

X : número de falhas em 15 minutos

$X \sim P(\lambda = 5,2/4 = 1,3)$ $P[X = x] = \frac{e^{-1,3}1,3^x}{x!}, x = 0, 1, \ldots$

$P[X = 0] = 0.2725$

$P[X > 4] = 1 - P[X \leq 3] = 1 - (P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4]) =$

$$= 1 - \sum_{i=0}^{4} \frac{e^{-1,3}1,3^i}{i!} = 0.0107$$

---

2. A resistência de um papel é modelada por uma distribuição normal de média 35 libras por polegada quadrada (lb/in^2) e um desvio padrão de 2 lb/in^2.
   (a) qual a probabilidade de que a resistência de uma amostra seja menor que 40 lb/in^2?
   (b) qual a proporção de amostra que deve ter resistência entre 33 e 38 lb/in^2?
   (c) qual o valor de resistência para o qual se espera que 75% das amostras apresentem resistência inferior a ele?
   (d) se a especificação do material requer que a resistência seja superior a 33 lb/in^2, qual a proporção de amostras que espera-se descartar após inspeção?
   (e) qual deveria ser a resistência média para que esta proporção fosse inferior a 5%?

   Solução:

   (a) $P[X < 40] = P[Z < \frac{40-35}{2}] = P[Z < 2.5] = 0.9938$
   (b) $P[33 < X < 38] = P[\frac{33-35}{2} < Z < \frac{38-35}{2}] = P[-1 < -Z < 1.5] = 0.7745$
   (c)

$$P[X < x] = P[Z < \frac{x-35}{2}] = 0,75$$

$$z = \frac{x-35}{2} = 0.6745$$

$$x = 36.3$$

(d) $P[X < 33] = P[Z < \frac{33-35}{2}] = P[Z < -1] = 0.1587$

(e) Devemos descobrir um valor para média μ que satisfaça:

$$P[X < 33] = 0.05$$
$$P[Z < \frac{33-\mu}{2}] = P[Z < z_{0.05}] = 0.05$$
$$\mu = 33 - 2 \cdot z_{0.05} = 33 - 2 \cdot (-1.64) = 36.3$$

Solução computacional:

```
> (pa <- pnorm(40, m=35, sd=2))

[1] 0.9938

> (pb <- diff(pnorm(c(33,38), m=35, sd=2)))

[1] 0.7745

> (pc <- qnorm(0.75, m=35, sd=2))

[1] 36.35

> (pd <- pnorm(33, m=35, sd=2))

[1] 0.1587

> (pe <- 33 - 2 * qnorm(0.05))

[1] 36.29
```