CE-003: Estatística II - Turma K/O
Avaliações Semanais (2^o semestre 2016)

Semana 2 (av-01)

1. Dezesseis equipes irão disputar um torneio de jogos eliminatórios. As equipes são sorteadas para ocupar os posições iniciais da chave de jogos pré-definida. As equipes perdedoras da penúltima etapa fazem um jogo para disputar a terceira colocação e as vencedoras disputam para definir a primeira e segunda colocações. Ao final são atribuídas medalhas (ouro, prata e bronze) às três primeiras colocadas.
   (a) As regras do torneio são "justas" em relação a possibilidade de vitórias das equipes?
   (b) Quantas possíveis configurações de equipes medalhistas podem ocorrer (sem considerar a classificação entre as três primeiras)?
   (c) E considerando a classificação?

   Considerando que as equipes possuem chance igual de vitória em cada jogo.
   (d) Qual a probabilidade de uma determinada equipe vencer o torneio?
   (e) Qual a probabilidade de uma determinada equipe conseguir uma medalha?
   (f) Se um país concorre com duas equipes, qual a probabilidade de que o país tenha alguma medalhista?

   Agora considerando que as equipes possuem níveis técnicos diferentes.
   (g) As probabilidades calculadas nos três itens anteriores seriam diferentes?
   (h) Sugira algum procedimento para calcular tais proibabilidades.

Semana 3 (av-02)

1. Em um teste de segurança, dois indivíduos tentam invadir um sistema. A probabilidade do primeiro conseguir é de 0,20 e do segundo 0,12. Faça suposição(ções) necessária(s) e responda:
   (a) Qual a probabilidade de ambos invadirem o sistema?
   (b) Qual a probabilidade do sistema não ser invadido?
   (c) Qual(ais) suposição(ções) foi(ram) feita(s)?

   Solução:
   Notação:
   A : primeiro indivíduo invade o sistema
   B : segundo indivíduo invade o sistema
   (a) $P[A \cap B] \stackrel{ind}{=} P[A] \cdot P[B] = 0,20 \cdot 0,12 = 0,024$
   (b) $P[\overline{A} \cap \overline{B}] \stackrel{ind}{=} P[\overline{A}] \cdot P[\overline{B}] = 0,80 \cdot 0,88 = 0,704$
   Solução alternativa:
   $1 - P[A \cup B] = 1 - [P[A] + P[B] - P[A \cap B]] \stackrel{ind}{=} 1 - (P[A] + P[B] - P[A] \cdot P[B]) = 1 - (0,20 + 0,12 - 0,20 \cdot 0,12) = 0,704$
   (c) Suposição de independência entre os eventos A consegue invadir e B consegue invadir.

---

2. Uma determinada doença atinge um a cada 40.000 indivíduos de uma população. Um teste para detectar a doença fornece resultados corretos em 98% dos exames.
   (a) Se um indivíduo é selecionado ao acaso da população para fazer o teste e o resultado é positivo, qual a probabilidade de que de fato tenha a doença?
   (b) A probabilidade seria a mesma caso um indivíduo fizesse o teste por indicação de um médico, após um exame clínico no qual o médico suspeitou da doença. Justifique sua resposta.

Solução:
Notação e dados:

$$D: \text{indivíduo possui doença} \quad \overline{D}: \text{indivíduo não possui doença}$$
$$P: \text{teste positivo} \quad N: \text{teste negativo}$$
$$P[D] = 1/40000 \quad P[\overline{D}] = 39999/40000$$
$$P[P|D] = 0,98 \quad P[N|D] = 0,02$$
$$P[N|\overline{D}] = 0,98 \quad P[P|\overline{D}] = 0,02$$

(a) $P[D|P] = \frac{P[P|D]P[D]}{P[P|D]P[D]+P[P|\overline{D}]P[\overline{D}]} = \frac{0,98\cdot(1/40000)}{0,98\cdot(1/40000)+0,02\cdot(39999/40000)} = 0.001224$

(b) Não pois nesta subpopulação de indivíduos indivíduos com sintomas clínicos a probabilidade de doença não é mais 1/40000.
Por exemplo, supondo que registros mostrem que 40% dos indivíduos com sintomas clínicos de fato possuem a doença (e então $P[D] = 0,4$), a probabilidade um índivíduo testado positivo ter a doença seria:
$P[D|P] = \frac{P[P|D]P[D]}{P[P|D]P[D]+P[P|\overline{D}]P[\overline{D}]} = \frac{0,98\cdot 0,4}{0,98\cdot 0,4+0,02\cdot 0,6} = 0.9703$